



Christian Krause

# Optimierung des ultrastabilen rauscharmen Stromverstärkers

Dissertation  
Braunschweig 2019



# Optimierung des ultrastabilen rauscharmen Stromverstärkers

---

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von Christian Krause

aus Bad Salzungen

eingereicht am: 08.05.2019

mündliche Prüfung am: 03.07.2019

1. Referent: Prof. Dr. rer. nat. Meinhard Schilling
2. Referent: Prof. PD Dr. Uwe Siegner

Druckjahr: 2019

Dissertation an der Technischen Universität Braunschweig,  
Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik



# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b>	<b>II</b>
<b>Abstract</b>	<b>III</b>
<b>Zugehörige Veröffentlichungen</b>	<b>IV</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1 Josephson-Effekt als Spannungsnormal . . . . .	2
2.2 Quanten-Hall-Effekt als Widerstandsnormal . . . . .	3
2.3 Kryostromkomparator . . . . .	4
2.4 Einzelelektronenpumpen . . . . .	6
2.5 Darstellung und Realisierung des Amperes . . . . .	7
2.6 Messen kleiner Stromstärken mit höchster Genauigkeit . . . . .	9
<b>3 Konzept des ultrastabilen rauscharmen Stromverstärkers (ULCA)</b>	<b>11</b>
3.1 Grundprinzip . . . . .	11
3.2 Betriebsmodi . . . . .	15
3.3 Kalibrierung . . . . .	19
<b>4 ULCA mit minimalem Rauschen bei moderater Stabilität</b>	<b>23</b>
4.1 Modell für Rauschen und Eingangsruhestrom . . . . .	23
4.2 Verstärkerrauschen . . . . .	25
4.3 Eingangsruhestrom . . . . .	32
<b>5 Rauschoptimierter ULCA mit höchster Stabilität</b>	<b>39</b>
5.1 Rauschoptimierung bei maximaler Stabilität . . . . .	39
5.2 Stabilitätsuntersuchungen mittels CCC . . . . .	41
5.3 Messmethoden bei kleinen Stromstärken . . . . .	48
<b>6 Anwendungsbeispiel: Messung des Stromrauschens von Kabeln</b>	<b>56</b>
6.1 Generelle Aspekte von Kabeleigenschaften . . . . .	56
6.2 Messanordnung zur Untersuchung von Kabelrauschen . . . . .	58
6.3 Kabel bei Raumtemperatur . . . . .	59
6.4 Kryogene Kabel . . . . .	63
6.5 Niederstrommessung mit kryogenem Aufbau . . . . .	68
<b>7 Zusammenfassung</b>	<b>70</b>

## **Kurzfassung**

Sowohl in der Wissenschaft als auch in der Technik nimmt die Bedeutung kleiner Gleichströme im Sub-Nanoamperebereich stetig zu. Die höchsten Genauigkeitsanforderungen bestehen zurzeit bei der Charakterisierung von Einzelelektronenpumpen. Hier werden Unsicherheiten von unter einem Teil in  $10^7$  bei 100 pA gefordert. Bis 2014 waren in diesem Bereich allerdings nur Unsicherheiten von typisch einem Teil in  $10^5$  möglich. Durch die Entwicklung des ultrastabilen rauscharmen Stromverstärkers (ULCA) konnten in der Kleinstrom-Metrologie in den vergangenen Jahren wesentliche Fortschritte bei der Messunsicherheit erzielt und damit neue Weltrekorde im Bereich der Einzelelektronenpumpenforschung aufgestellt werden.

Der ULCA ist ein halbleiterbasierter Verstärker zur Messung und Erzeugung kleiner Stromstärken. Sein Verstärkungsfaktor (Transresistanz) ist extrem stabil und ermöglicht Unsicherheiten von unter einem Teil in  $10^7$ . Ferner ist das Rauschniveau des ULCA mit  $2.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  gemessen an der erzielten Stabilität sehr niedrig. Es begrenzt allerdings bei sehr kleinen Stromstärken die in der Praxis erreichbaren Unsicherheiten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der ULCA weiterentwickelt und hinsichtlich des Rauschens optimiert. Hierfür wurde ein Modell für das Rauschen und den Eingangsruhestrom erarbeitet. Mit Hilfe dieses Modells erfolgte die Entwicklung einer rauschoptimierten ULCA-Variante, die ein niedrigeres Rauschen ohne Stabilitätsminderung erzielt. Die unveränderte hohe Stabilität der Transresistanz wurde durch umfangreiche Messungen nachgewiesen. Mit dem rauschoptimierten ULCA lassen sich daher die langen Messzeiten bei der Charakterisierung von Einzelelektronenpumpen bei gleicher Unsicherheit um bis auf die Hälfte reduzieren.

Für sehr kleine Ströme unterhalb von ca. 1 pA wurde eine ULCA-Variante mit minimalem Rauschen entwickelt. Sie erreicht ein Rauschniveau von  $0.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  und ermöglicht Unsicherheiten bis herab zu einem Teil in  $10^5$ . Ferner liegt der Eingangsruhestrom bei dieser Variante unter 100 aA und ist sowohl zeitlich als auch über der Temperatur sehr stabil. Dadurch kann in vielen Fällen auf das bei Präzisionsmessungen typischerweise angewandte Umpolen des Messstroms zur Unterdrückung von Offset-Effekten verzichtet werden. Mit dieser ULCA-Variante wurde das Stromrauschen von Kabeln untersucht und eine rauscharme Verkabelung für die kryogenen Messaufbauten von Einzelelektronenpumpen gefunden.

Die Ergebnisse dieser Arbeit lieferten wichtige Beiträge für die Präzisionsmessung kleiner Gleichströme. Sowohl die entwickelte Verkabelung als auch die rauschoptimierte ULCA-Variante finden bereits Anwendung bei der Charakterisierung von Einzelelektronenpumpen. Der rauschoptimierte ULCA ist mittlerweile kommerziell erhältlich und es ist zu erwarten, dass sich dieses Instrument in der Kleinstrom-Metrologie als Standard etablieren wird.

## Abstract

The importance of small direct currents in the sub-nano ampere range is steadily increasing in science and technology. The highest accuracy requirements currently exist in the characterization of single electron pumps. Uncertainties of below one part in  $10^7$  at 100 pA are required. Until 2014, however, only uncertainties of typically one part in  $10^5$  were possible in this range. In the past years, the development of the ultrastable low-noise current amplifier (ULCA) has enabled significant improvement of the measurement uncertainty in the field of small-current metrology, and new world records were achieved in the field of single electron pump research.

The ULCA is a semiconductor-based amplifier for the measurement and generation of small currents. Its gain factor (transresistance) is extremely stable and enables uncertainties of less than one part in  $10^7$ . Furthermore, the noise level of the ULCA of  $2.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  is very low considering the achieved stability. However, at very low currents it limits the uncertainties achievable in practice.

Within the scope of this work, the ULCA was further developed and optimized regarding noise. For this purpose, a model for noise and input bias current was developed. This model was used to develop a noise-optimized ULCA variant that achieves an improved noise level without degradation in stability. The unchanged high stability was proven by extensive measurements. The noise-optimized ULCA therefore allows one to reduce the long measurement times in the characterization of single electron pumps for a given uncertainty by up to a factor of two.

For very small currents of below about 1 pA an ULCA variant with minimal noise was developed. It achieves a noise level of  $0.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  and allows uncertainties down to one part in  $10^5$ . In addition, the input bias current of this variant is below 100 aA and is very stable as a function of time and temperature. As a result, the polarity reversal of the measuring current typically used for precision measurements to suppress offset effect is not required in many cases. With this ULCA variant, the current noise of cables was investigated, and a low-noise cabling for cryogenic measurement setups of single electron pumps was found.

The results of this work provided valuable contributions to the precision measurement of small direct currents. The wiring developed as well as the noise-optimized ULCA variant are already used for the characterization of single electron pumps. The noise-optimized ULCA is now commercially available and it is to be expected that this instrument will establish itself as a standard in small-current metrology.

## Zugehörige Veröffentlichungen

Die nachstehend aufgeführten Veröffentlichungen enthalten Teile der vorliegenden Arbeit:

- D. Drung, C. Krause, U. Becker, H. Scherer, and F. J. Ahlers,  
*Ultrastable low-noise current amplifier: A novel device for measuring small electric currents with high accuracy*,  
Review of Scientific Instruments, **86**, 024703, 2015,  
<http://dx.doi.org/10.1063/1.4907358>
- D. Drung, C. Krause, S. P. Giblin, S. Djordjevic, F. Piquemal, O. Séron,  
F. Rengne, M. Götz, E. Pesel and H. Scherer, *Validation of the ultrastable  
low-noise current amplifier as travelling standard for small direct currents*,  
Metrologia, Volume: 52, Number: 6, 2015,  
<http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/52/6/756>
- C. Krause, H. Scherer and D. Drung,  
*Cable noise investigations for high-accuracy measurements of small direct  
currents*,  
2016 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2016),  
2016,  
<http://dx.doi.org/10.1109/CPEM.2016.7540572>
- C. Krause, D. Drung and H. Scherer,  
*Measurement of sub-picoampere direct current with uncertainties below ten  
attoamperes*,  
Review of Scientific Instruments, **88**, 024711, 2017,  
<http://dx.doi.org/10.1063/1.4975826>
- D. Drung and C. Krause,  
*Ultrastable Low-Noise Current Amplifiers With Extended Range and Improved  
Accuracy*, IEEE Transactions On Instrumentation And Measurement,  
Volume: 66, Issue: 6, 2017,  
<http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2016.2611298>
- C. Krause, D. Drung, M. Götz and H. Scherer  
*Low-Noise Measurement Setup for Single-Electron Pumps* 2018 Conference  
on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2018), 2018,  
<http://dx.doi.org/10.1109/CPEM.2018.8501037>
- C. Krause, D. Drung, M. Götz and H. Scherer  
*Noise-optimized ultrastable low-noise current amplifier* Review of Scientific  
Instruments, **90**, 014706, 2019,  
<http://dx.doi.org/10.1063/1.5078572>

# 1 Einleitung

Sowohl in der Wissenschaft als auch bei technischen Anwendungen in der Industrie wird das Messen und Erzeugen kleinster Stromstärken im Femto- bis Nanoamperebereich immer wichtiger. So gibt es zum Beispiel einen Bedarf an Messgeräten in diesem Bereich zum Auslesen von Gasdetektoren. Ferner ist bei DNA-Sequenzierern eine Messauflösung im Pikoamperebereich erforderlich, um Basenpaare unterscheiden zu können. Weitere Anwendungen finden sich in der Dosimetrie. Hier treten kleinste Stromstärken vor allem bei medizinischen Verfahren in Diagnostik und Therapie, zur Umweltüberwachung sowie bei der Prozesskontrolle in der Kernkraftwerksindustrie auf. Auch in der Nanotechnologie werden kleinste Stromstärken benötigt. So wird bei der Elektronenstrahlolithographie die Stromquelle zur Erzeugung des Elektronenstrahls im Bereich von Pikoampere bis Nanoampere geregelt. Des Weiteren ist zur Bestimmung von Leckströmen in Nanostrukturen das Messen von Stromstärken im Bereich von Femtoampere bis Mikroampere gefordert.[1]

Die höchsten Anforderungen bei der Gleichstrommessung - ca. ein Teil in  $10^7$  bei 100 pA - bestehen zurzeit in der fundamentalen Metrologieforschung, insbesondere bei der Charakterisierung von Einzelelektronenpumpen. Diese sind mögliche Kandidaten für eine zukünftige Realisierung des Amperes und werden des Weiteren benötigt, um einen fundamentalen Konsistenztest der elektrischen Quantenmetrologie, das sogenannte "quantenmetrologische Dreieck" zu implementieren (siehe Kapitel 2.4 und Referenz [2, 3]).

Bis vor einigen Jahren waren im Sub-Nanoamperebereich Unsicherheiten von typisch einem Teil in  $10^5$  möglich, die für anspruchsvolle metrologische Anwendungen nicht ausreichend sind. Mit Hilfe eines speziellen Messverfahrens konnte im Einzelfall auch eine Unsicherheit von einem Teil in  $10^6$  erreicht werden.[4] Durch die Entwicklung des ultrastabilen rauscharmen Stromverstärkers (ULCA) konnten die erreichbaren Unsicherheiten drastisch gesenkt werden. Ermöglicht wird dies durch den extrem stabilen Verstärkungsfaktor (Transresistanz) des ULCA. Heute lassen sich dadurch routinemäßig Unsicherheiten von unter einem Teil in  $10^7$  bei 100 pA erreichen. Gemessen an der erreichten Stabilität weist der halbleiterbasierte ULCA mit  $2.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  ein relativ kleines Rauschen auf. Dieses hat bei höheren Stromstärken wenig Einfluss, stellt jedoch bei sehr kleinen Stromstärken einen begrenzenden Faktor dar. Hier wäre für das Erzielen kleinerer Unsicherheiten ein niedrigeres Rauschniveau wünschenswert.

Die vorliegende Arbeit setzt an dieser Stelle an und beschreibt die Entwicklung von zwei neuen ULCA-Varianten mit verbessertem Rauschniveau. Hierfür wurde zunächst ein Rauschmodell für den ULCA entwickelt, mit dessen Hilfe die Optimierung erfolgte. Die neuen ULCA-Varianten wurden ausführlich charakterisiert und mit dem Standard-ULCA verglichen. Ferner wurde eine der beiden neuen Varianten zur Bestimmung einer geeigneten Verkabelung für die kryogenen Messaufbauten von Einzelelektronenpumpen eingesetzt. Die Ergebnisse der Arbeit fließen zurzeit direkt in die Forschung an Einzelelektronenpumpen ein und verbessern dort die erreichbaren Unsicherheiten deutlich.

## 2 Grundlagen

In diesem Kapitel soll kurz auf die wichtigsten Effekte und Anwendungen der Quantenmetrologie eingegangen werden. Sie sind die Grundlage für die Rückführbarkeit des in dem folgenden Kapitel beschriebenen Verstärkers, Anlass für dessen Entwicklung sowie notwendig zur Durchführung von hochpräzisen Messungen. Des Weiteren werden die Konzepte zur Stromerzeugung und Strommessung kurz beschrieben.

### 2.1 Josephson-Effekt als Spannungsnorm

Der Josephson-Effekt, der die Grundlage für das Josephson-Spannungsnorm darstellt, wurde 1962 von Brian David Josephson theoretisch vorhergesagt und im gleichen Jahr von John Rowell experimentell verifiziert.[5, 6] Eine detaillierte Beschreibung des Effekts kann der Literatur entnommen werden (z.B. in Referenz [7–9]). Hier soll nur kurz auf die wesentlichen Grundlagen eingegangen werden. Der Josephson-Effekt beschreibt den Tunnelstrom zwischen zwei Supraleitern, die durch einen Normalleiter, Halbleiter oder Isolator getrennt sind. Der dabei verwendete Aufbau Supraleiter-Tunnelbarriere-Supraleiter wird Josephson-Kontakt genannt. Elektronen, die im Supraleiter als Paare auftreten (Cooper-Paare), tunneln dabei widerstandslos durch eine wenige Nanometer dünne Tunnelbarriere. Der durch die Cooper-Paare verursachte Suprastrom kann mit Hilfe der zeitabhängigen Schrödingergleichung beschrieben werden. Dessen Lösung führt zur ersten und zweiten Josephson-Gleichung. Die erste Josephson-Gleichung beschreibt den Suprastrom als

$$I_J(t) = I_C \sin(\varphi) \quad , \quad (2.1)$$

wobei  $\varphi$  den Phasenunterschied der Wellenfunktionen beider Supraleiter und  $I_C$  den kritischen Strom (maximale Suprastromstärke durch die Tunnelbarriere) darstellt. Es gilt ferner die zweite Josephson-Gleichung:

$$\dot{\varphi} = \frac{2e}{\hbar} U = \frac{2\pi}{\Phi_0} U = 2\pi K_J U \quad . \quad (2.2)$$

Hierbei bezeichnet  $e$  die Elementarladung,  $\hbar = h / (2\pi)$  das reduzierte Planck'sche Wirkungsquantum,  $U$  die Spannung und  $\Phi_0 = h / (2e)$  das magnetische Flussquant. Der Kehrwert von  $\Phi_0$  ist zudem als Josephson-Konstante  $K_J = 2e / h$  definiert.

Für die folgenden Betrachtungen ist die Verwendung der integralen Form von Gleichung 2.2 zweckmäßig:

$$\varphi = 2\pi K_J \int U dt \quad . \quad (2.3)$$

Liegt über dem Tunnelkontakt eine endliche konstante Spannung an ( $U = U_{DC} \neq 0$ ) ergibt sich mit Gleichung 2.3 eine linear mit der Zeit skalierende Phasendifferenz  $\varphi(t) = 2\pi K_J U_{DC} t + \varphi_c$ . Durch Einsetzen in Gleichung 2.1 folgt somit

für eine Gleichspannung ein supraleitender Wechselstrom mit der Amplitude  $I_C$  und der Frequenz  $f_J = K_J U_{DC}$ .

Für den Fall einer am Tunnelkontakt anliegenden Wechselspannung mit Gleichanteil  $U(t) = U_{DC} + U_M \cos(\omega_M t)$  ergibt sich für den Suprastrom  $I_J$  durch Integration der Spannung gemäß Gleichung 2.3 und anschließendes Einsetzen in Gleichung 2.1 der Zusammenhang

$$I_J(t) = I_C \sin \left( 2 \pi K_J \left( U_{DC} t + \frac{U_M}{\omega_M} \sin(\omega_M t) \right) + \varphi_0 \right) . \quad (2.4)$$

Hierbei ist  $\omega_M = 2 \pi f_M$  die Kreisfrequenz und  $\varphi_0$  eine Integrationskonstante. Wie zu erkennen ist, sind in Gleichung 2.4 zwei zeitabhängige Terme vorhanden. Um nur eine einfache Zeitabhängigkeit zu erhalten, kann die Funktion in eine Reihe von Besselfunktionen entwickelt werden:

$$I_J(t) = I_C \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n J_n \left( K_J \frac{U_M}{\omega_M} \right) \sin((2 \pi K_J U_{DC} - n \omega_M) t + \varphi_0) . \quad (2.5)$$

Wird der Ausdruck  $2 \pi K_J U_{DC} - n \omega_M$  gleich Null gesetzt, so ergeben sich Gleichspannungswerte

$$U_{DC} = n \frac{\omega_M}{2 \pi K_J} = n \frac{f_M}{K_J} \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z} . \quad (2.6)$$

bei denen ein zeitlich konstanter Suprastrom über den Tunnelkontakt fließt. Diese Gleichspannungswerte sind direkt proportional zur Frequenz der angelegten Wechselspannung und erlauben somit eine hochpräzise Erzeugung von diskreten Gleichspannungswerten.[10] Aufbauend auf dieser hochpräzisen Frequenz-Spannungswandlung erfolgt die Realisierung von Josephson-Spannungsnormalen, die in der Metrologie Anwendung finden.

## 2.2 Quanten-Hall-Effekt als Widerstandsnormal

Der aus der klassischen Physik bekannte Hall-Effekt, mit dem das Auftreten einer Spannung in einem stromdurchflossenen Leiter bei Anlegen eines Magnetfelds beschrieben wird, geht bei niedrigen Temperaturen und hoher Elektronenbeweglichkeit in einem zweidimensionalen Elektronengas in den Quanten-Hall-Effekt über. Die freien Elektronen in einem homogenen Magnetfeld bewegen sich nach den Gesetzen der klassischen Physik durch die Lorentzkraft auf einer Spiralbahn. Aus der Quantenmechanik ist wiederum bekannt, dass sich für die Energie der Elektronen in diesem Magnetfeld eine Quantisierung ergibt, die sogenannten Landau-Niveaus. Der Abstand  $\Delta E_L$  zwischen den Landau-Niveaus in einem Energieband ist über das gesamte Band gleich und hängt von der magnetischen Flussdichte  $B$  ab:

$$\Delta E_L = \frac{e B \hbar}{m_e} . \quad (2.7)$$

Hierbei ist  $\Delta E_L$  der Abstand zwischen zwei Landau-Niveaus und  $m_e$  die Masse des Elektrons.

Ist die magnetische Flussdichte  $B$  klein, so können sich die Elektronen in den beiden erlaubten Raumrichtungen frei bewegen. In diesem Fall ergibt sich der Hall-Widerstand  $R_H$  als:

$$R_H = \frac{U_H}{I} = \frac{B}{n e} \quad . \quad (2.8)$$

Hierbei stellt  $U_H$  die Hall-Spannung,  $I$  den Strom und  $n$  die Oberflächenkonzentration der Elektronen dar.

Im Allgemeinen streben Elektronen danach, den energetisch niedrigsten Zustand einzunehmen. Bei einem zweidimensionalen Elektronengas mit der Oberflächenkonzentration  $n$  freier Elektronen befinden sich bei hoher magnetischer Flussdichte  $B = h n / e$  alle Elektronen im niedrigsten Energiezustand. In diesem Fall ergibt sich ein Widerstand von

$$R_H = \frac{h}{e^2} = R_K \quad . \quad (2.9)$$

Hierbei stellt  $R_K$  die von Klitzing-Konstante dar. Ist die magnetische Flussdichte  $B < h n / e$ , wird die Anzahl der möglichen Zustände pro Landau-Niveau geringer. Ein Teil der Elektronen muss demnach das benachbarte höhere Landau-Niveau einnehmen.[9] Wird die magnetische Flussdichte weiter reduziert, werden nach und nach weitere Landau-Niveaus besetzt. Dadurch ergeben sich, abhängig von der magnetischen Flussdichte entsprechend der für die Elektronen verfügbaren Landau-Niveaus  $i$ , diskrete Zustände für den Widerstand:

$$R_H(i) = \frac{h}{i e^2} = \frac{R_K}{i} \quad . \quad (2.10)$$

Nachgewiesen wurde dieser Effekt zum ersten Mal 1980 von Klaus von Klitzing bei der Untersuchung von Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistoren (MOSFET) auf ihre Magnetotransporteigenschaften bei niedrigen Temperaturen.[11] In der Metrologie wird der Quanten-Hall-Effekt seit der Festlegung des Werts von  $R_K$  im Jahr 1988 als Widerstandsnormale verwendet.[12, 13]

### 2.3 Kryostromkomparator

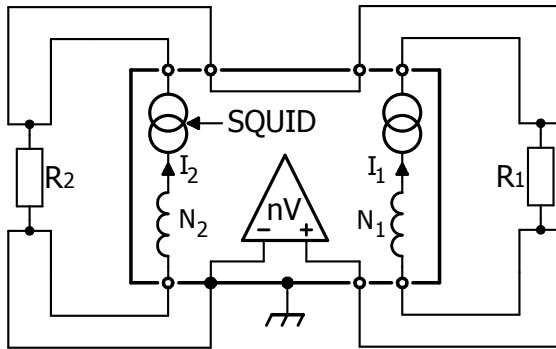
Kryostromkomparatoren (Cryogenic Current Comparator, CCC) werden in der Metrologie hauptsächlich eingesetzt, um Widerstände mit höchster Präzision zu vergleichen. Das Konzept stammt aus den 70er-Jahren und stellt im Prinzip einen supraleitenden Transformator dar, der mit höchster Genauigkeit das Verhältnis zweier Ströme konstant hält.[14, 15] Der Transformator besteht typischerweise aus drahtgewickelte Spulen mit einer großen Anzahl von Windungen  $N_1$  und  $N_2$ . Dadurch sollen eine hohe Empfindlichkeit und große Stromverhältnisse ermöglicht werden. Ferner sind die CCC-Wicklungen von supraleitendem Material komplett umgeben. Die Abschirmung ähnelt einem ineinander geschobenen Schlauch, der die Wicklungen umhüllt, aber dessen Enden elektrisch nicht miteinander kontak-



tiert sind. Dadurch wird vermieden, dass die Abschirmung eine Kurzschlusswindung darstellt.

Fließen durch die Spulen des Transformators Ströme  $I_1$  und  $I_2$ , wird der magnetische Fluss durch die ideale diamagnetische Eigenschaft der supraleitenden Abschirmung (Meißner-Ochsenfeld-Effekt) im Innern konstant gehalten. Das heißt, dass auf der Innenseite des Schirms Abschirmströme angeregt werden, die proportional zum Produkt aus Stromstärke und Windungszahl sind:  $N_1 I_1$  bzw.  $N_2 I_2$ . Die auf der Außenseite der supraleitenden Abschirmung fließenden Ströme erzeugen ein Magnetfeld, das mit einem supraleitenden Quanteninterferenzdetektor (Superconducting Quantum Interference Device, SQUID) detektiert wird. Sind die Stromrichtungen in den beiden Spulen entgegengesetzt, ergibt sich für den Fall  $I_1/I_2 = N_2/N_1$  ein verschwindender magnetischer Fluss im SQUID. Dieses fungiert als Nulldetektor und regelt einen der beiden Ströme (z.B.  $I_2$ ) so, dass exakt  $I_1/I_2 = N_2/N_1$  gilt. Dies ist in Abbildung 2.1 durch einen Pfeil gekennzeichnet.

Die beiden Ströme  $I_1$  und  $I_2$  fließen durch die zu vergleichenden Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ . Dabei wird das Stromverhältnis entsprechend dem nominellen Widerstandsverhältnis gewählt:  $I_1/I_2 = R_2/R_1$ . Zur Feinabstimmung wird in der Praxis zusätzlich ein spezielles Widerstandsnetzwerk verwendet, welches in Abbildung 2.1 der Übersicht halber weggelassen wurde. Bedingt durch das gewählte Stromverhältnis ergeben sich nahezu gleiche Spannungsabfälle an den Widerständen. Die kleine Differenz zwischen den Spannungsabfällen wird mit einem Nanovoltmeter (nV) gemessen. Sie ist ein Maß für die Abweichung des Widerstandsverhältnisses vom Nominalwert. Ist der Widerstandswert von  $R_1$  bekannt, kann somit bei  $R_2$  die Abweichung vom Nominalwert bestimmt werden. Mit diesem Messverfahren lassen sich routinemäßig Unsicherheiten unterhalb von  $10 \text{ n}\Omega/\Omega$  erzielen.[16]



**Abbildung 2.1:** CCC zum hochpräzisen Vergleich zweier Widerstände. Mittels SQUID wird die Stromquelle  $I_2$  so geregelt, dass exakt  $I_1/I_2 = N_2/N_1$  gilt. Das Nanovoltmeter (nV) dient als Nulldetektor für die Abweichung vom Widerstandsverhältnis. Das Gehäusepotential liegt auf der Sekundärseite.

In der Praxis werden mit dem CCC, ausgehend vom Quanten-Hall-Widerstand (QHR), verschiedene dekadische Widerstandswerte kalibriert. Allerdings ist der Aufwand zur direkten Kalibrierung gegen den QHR mittels CCC sehr hoch. Deshalb werden typischerweise in Metrologieinstituten Kalibrierungen gegen hochstabile Normalwiderstände durchgeführt. Diese werden wiederum, abhängig von ihrer Stabilität, mehrmals jährlich mit dem QHR verglichen.

## 2.4 Einzelelektronenpumpen

Durch den Josephson- und Quanten-Hall-Effekt stehen in der Metrologie sowohl für die Spannung als auch für den Widerstand hochpräzise Quantennormale zur Verfügung. Diese Normale haben sich seit Jahrzehnten bewährt. Bei der Stromstärke steht die Realisierung eines solchen Quantennormals hingegen noch aus. Ein vielversprechender Ansatz sind Einzelelektronenpumpen (Single-Electron Pumps, SEP). Wie der Name andeutet, werden mit Hilfe von SEP einzelne Elektronen transportiert, um einen definierten Strom zu erzeugen. Der Ladungsträgertransport erfolgt dabei mittels Tunneleffekt. Erste funktionsfähige SEP-Bauelemente wurden schon Anfang der 90er-Jahren gefertigt.[17, 18] Seitdem findet ein kontinuierlicher Weiterentwicklungsprozess und intensive Forschung an ihnen statt.

Der durch eine SEP erzeugte Strom  $I$  ergibt sich aus der pro Zeiteinheit transportierten Anzahl  $dn/dt$  an Elementarladungen  $e$  und damit aus dem Produkt von  $e$  und der Taktfrequenz  $f$ :

$$I = \frac{dn}{dt} e = e f \quad . \quad (2.11)$$

Eine SEP besteht typischerweise aus mehreren in Reihe geschalteten Einzelelektronentransistoren (SET). Diese wiederum ähneln vom Aufbau her einem MOSFET, weshalb ihre Anschlüsse auch als Drain, Gate und Source bezeichnet werden. Im Unterschied zum MOSFET befindet sich beim SET zwischen Drain- und Gate sowie zwischen Gate- und Source jeweils ein Tunnelkontakt. Das Gate wird auch als Insel bezeichnet, da hier einzelne Elektronen abhängig von den Potentialen der Elektroden "eingesperrt" bzw. am Weitertunneln gehindert werden können. Um einzelne Elektronen zu transportieren, muss die SEP bzw. deren SET sehr kleine Abmaße besitzen und das Bauteil bei sehr niedrigen Temperaturen betrieben werden. Das kontrollierte Steuern einzelner Elektronen kann nur dann realisiert werden, wenn thermische Fluktuationen, auf der Energieskala entsprechend dem Produkt aus Boltzmann-Konstante und Temperatur ( $k_B T$ ), viel kleiner sind als die Coulomb-Blockade-Energie ( $e^2/(2C)$ ). Die Coulomb-Blockade-Energie wiederum ist umgekehrt proportional zur elektrischen Eigenkapazität  $C$  des Bauteils, welche in erster Näherung proportional zu den Ausdehnungen des Bauteils ist.

Eines der Hauptprobleme bei der Realisierung von SEP als Quantennormal ist die kleine erreichbare Stromstärke.[4, 19, 20] Um diese zu erhöhen, muss die Taktfrequenz erhöht werden, da nur immer ein Elektron pro Zyklus die Pumpe passieren kann. Wird die Taktfrequenz erhöht, reduziert sich jedoch die erlaubte Zykluszeit für den Tunnelvorgang des Elektrons, was dazu führen kann, dass während eines Pumpzyklus kein Elektron tunnelt. Ferner kann es passieren, dass ein

Elektron beim Einladen auf eine Gate-Insel gleich durch mehr als einen Tunnelkontakt tunnelt. Beide Effekte führen zu Fehlern. Aus diesem Grund werden für ein Quantennormal sogenannte selbstreferenzierte Einzelelektronenpumpen benötigt, bei denen die Fehler detektiert und quantifiziert werden. Die Realisierung einer selbstreferenzierten Einzelelektronenpumpe konnte 2014 gezeigt werden.[21] Die Umschaltfrequenz für diese Pumpe lag dabei bei 30 Hz, wodurch eine Stromstärke im einstelligen Attoamperebereich erzeugt wurde. Der Nutzen einer solch kleinen Stromstärke ist für metrologische Anwendungen stark begrenzt, weshalb in der SEP-Forschung versucht wird, die Taktfrequenz zu erhöhen und gleichzeitig die Fehler zu detektieren. Hierbei ist zu beachten, dass die Pumpenfehler mit der Frequenz skalieren und die exakte Detektion höherer Fehlerraten schwieriger ist.

Um in der SEP-Forschung eine Abschätzung über die Fehler machen zu können, werden Messinstrumente benötigt, die sehr kleine Stromstärken hochpräzise messen können. Ein typisches Ziel hierfür ist es, eine Stromstärke von 100 pA auf  $10^7$  genau zu bestimmen.

Sollte eine selbstreferenzierte SEP mit ausreichend hohem Strom realisiert werden, könnte damit das quantenmetrologische Dreieck neu überprüft werden. Dieses stellt ein Konsistenztest des Ohm'schen Gesetzes durch quantenmetrologische Effekte dar. Dabei werden die Elementarladung  $e$  durch SEP, der Widerstand  $R_K$  mittels Quanten-Hall-Effekt und  $K_J$  über den Josephson-Effekt auf ihre Konsistenz überprüft. Mit bisherigen Methoden wurde 2007 eine Unsicherheit von 9 Teilen in  $10^7$  erreicht, was auch heute noch den Bestwert darstellt.[3, 22] Durch eine selbstreferenzierte SEP wären hier wesentlich geringere Unsicherheiten möglich.

## 2.5 Darstellung und Realisierung des Amperes

Die Basiseinheit für die Stromstärke stellt das Ampere dar. Es wurde 1948 wie folgt über die Lorentzkraft definiert:

Das Ampere ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stroms, der durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von 1 Meter voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft  $2 \cdot 10^{-7}$  Newton hervorrufen würde.[23]

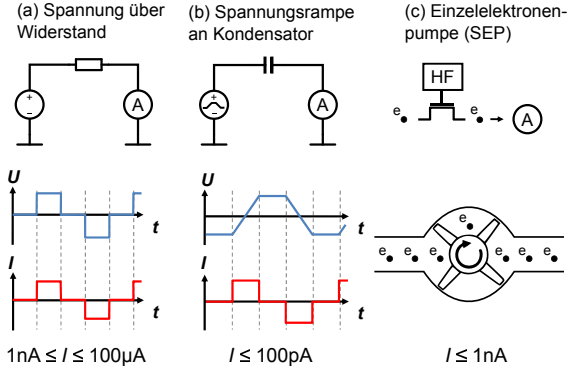
Anhand der Definition ist erkennbar, dass eine praktische Realisierung nur näherungsweise umsetzbar ist. Sie erfolgt über sogenannten Stromwaagen. Das Prinzip dahinter ist, dass die Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen Spulen durch die Gravitationskraft ausgeglichen wird. Die Genauigkeit dieser Methode ist jedoch bedingt durch den Aufbau auf einige Teile in  $10^7$  begrenzt.[13] Seit der Entdeckung des Josephson-Effekts in den sechziger Jahren sowie der Entdeckung des Quanten-Hall-Effekts in den achtziger Jahren können sowohl Spannung als auch Widerstand weitaus genauer als auf einige wenige Teile in  $10^7$  bestimmt werden. Bei der 18. Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) im Jahr 1987 wurde deshalb festgelegt, dass die Darstellung der Spannung auf der Josephson-Konstante  $K_J$  und die Darstellung des Widerstandes auf der von

Klitzing-Konstante  $R_R$  basiert. 1988 wurden daraufhin die Werte für  $K_J$  und  $R_R$  auf die Werte  $K_{J-90}$  und  $R_{K-90}$  festgelegt. Dabei ist zu beachten, dass diese festgelegten Werte nicht als Grundlage für die Definition von Spannung und Widerstand verwendet werden konnten, da dies den konstanten Wert der Permeabilitätskonstante  $\mu_0$  geändert und ferner elektrische Einheiten erzeugt hätte, die mit der Definition des Kilogramms und der daraus abgeleiteten Einheiten nicht kompatibel wären. [13]

Seit den neunziger Jahren erfolgt die Darstellung des Amperes mit Hilfe des Ohm'schen Gesetzes über Spannung und Widerstand mittels Josephson- und Quanten-Hall-Effekt, ohne Änderung der Definition von 1948. Somit stimmt der Stand der Technik für die Darstellung nicht mehr mit der Definition überein. Mit der Neudefinition des Amperes am 20. Mai 2019 wird sich das ändern.

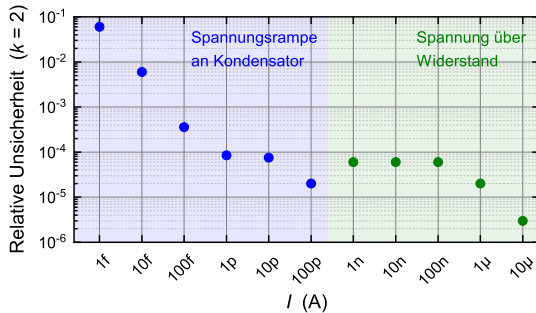
Das Ampere wird weiterhin die Einheit des elektrischen Stroms sein, aber ihre Größe wird durch Festsetzung des Zahlenwerts der Elementarladung auf genau  $1.602176634 \cdot 10^{-19}$  festgelegt, wenn sie in der SI-Einheit Amperesekunde ausgedrückt wird, die gleich dem Coulomb ist.[24]

Durch die Neudefinition wird der Stand der Technik wieder konform mit der Definition. Ferner impliziert die neue Definition kein bestimmtes Experiment mehr für die praktische Realisierung. Dies ist möglich, da mit der Neudefinition des Amperes auch eine Überarbeitung des SI einher geht. Dabei werden neben der Elementarladung  $e$  weitere sechs definierende Konstanten auf einen Wert festgelegt. Somit ist im Prinzip jedes Experiment anwendbar, das in der Lage ist, die Stromstärke auf den Satz der sieben Referenzkonstanten zurückzuführen.[25] In der "Mise en pratique" (Leitfaden für die Umsetzung in die Praxis) für das Ampere und weiterer elektrischer Einheiten werden drei Methoden aufgelistet, um das Ampere zu realisieren. Die Realisierung kann über das Ohm'sche Gesetz mit Spannung und Widerstand, über das Anlegen einer Spannungsrampe an einem Kondensator oder mittels Einzelelektronenpumpen (SEP) erfolgen. Die drei Methoden zur Realisierung bzw. Erzeugung der Stromstärke sind in Abbildung 2.2 ersichtlich. Methode (a) zeigt das Anlegen einer Spannung an einen Widerstand. Der resultierende Strom ergibt sich dabei nach dem Ohm'schen Gesetz aus dem Quotienten von Spannung und Widerstand. Somit hängt die Genauigkeit des Stroms sowohl von der Genauigkeit der Spannung als auch von der des Widerstands ab. Das Aufladen eines Kondensators ist in Methode (b) dargestellt. Wird eine Spannungsrampe  $dU/dt$  an einen Kondensator angelegt, ergibt sich ein Strom  $I$  über den Zusammenhang  $I = dQ/dt = C dU/dt$ , wobei  $Q$  die Ladung und  $C$  die Kapazität sind. Dabei hängt die Genauigkeit der Stromstärke von der Kapazitätsgenauigkeit  $C$  sowie von der Genauigkeit der zeitlichen Änderung der Ladespannung  $U$  ab. In der Praxis stellt jedoch die Frequenzabhängigkeit der Kapazität den begrenzenden Faktor dar. Im Jahr 2010 konnte gezeigt werden, dass dadurch die Unsicherheit dieser Methode auf 10 Teile in einer Million (Parts per Million, ppm) limitiert ist.[26] Methode (c) ist die direkt Darstellung über Ladung pro Zeit und soll mit SEP realisiert werden. Diese Methode befindet sich, wie in Kapitel 2.4 schon beschrieben, zur Zeit noch im Forschungsstadium. In Abbildung 2.2 ist neben den Methoden auch der damit sinnvoll abdeckbare Strom-



**Abbildung 2.2:** Methoden zum Erzeugen von Strömen: (a) Spannung über einen Widerstand, (b) Anlegen einer Spannungsrampe an einem Kondensator und (c) Einzelelektronenpumpe (SEP).

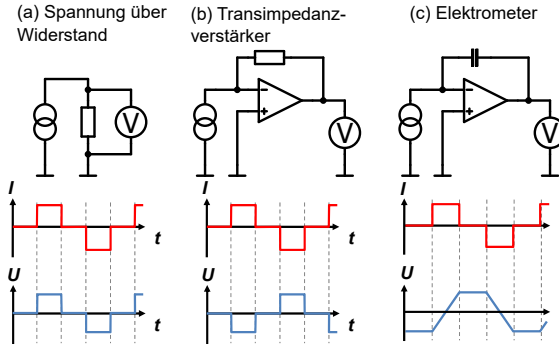
bereich angegeben. Für Methode (a) und (b) gibt die PTB zudem Kalibrier- und Messmöglichkeiten an, die in Abbildung 2.3 dargestellt sind.



**Abbildung 2.3:** Kalibrier- und Messmöglichkeiten (CMC) der PTB für Stromstärken im Bereich von 1 fA bis 10  $\mu$ A (Stand 2013). Für den Bereich von 1 fA bis 100 pA wird die Kondensatorauflademethode verwendet. Oberhalb von 100 pA bis zu 10  $\mu$ A wird die Methode mit Spannung am Widerstand verwendet.

## 2.6 Messen kleiner Stromstärken mit höchster Genauigkeit

Für die Bestimmung kleiner Stromstärken haben sich bei Messinstrumenten ebenfalls verschiedene Methoden etabliert. In Abbildung 2.4 sind drei gängige Varianten dargestellt. In Methode (a) wird der Spannungsabfall über einem bekannten Widerstand gemessen und daraus mit Hilfe des Ohm'schen Gesetzes die Stromstärke bestimmt. Für eine hohe Genauigkeit ist ein hoher Spannungsabfall wünschenswert. Dieser Spannungsabfall (Bürdenspannung) verfälscht allerdings bei



**Abbildung 2.4:** Methoden zur Strommessung: (a) Spannung über einen Widerstand, (b) Transimpedanzverstärker (c) Elektrometer. Die Vorrichtung zum Entladen des Kondensators bei Methode (c) ist zur Vereinfachung nicht eingezeichnet.

einem endlichen Innenwiderstand der zu messenden Stromquelle das Messergebnis. Dieses Problem wird in Methode (b) und (c) vermieden. Hier erfolgt eine Strom-Spannungswandlung über einen Transimpedanzverstärker bzw. einen Integrator, d.h. über einen Operationsverstärker welcher über einen Widerstand bzw. einen Kondensator gegengekoppelt ist. Die Unsicherheit von Methode (c) ist, wie im vorhergehenden Kapitel erläutert, wegen der Frequenzabhängigkeit der Kapazität auf ca. 10 ppm begrenzt.[26] Die Unsicherheit von Methode (b) hängt von der Stabilität und Genauigkeit des verwendeten Rückkopplungswiderstand ab. Wegen des thermischen Rauschens sind bei kleinen Strömen möglichst hochohmige Widerstände notwendig, deren Qualität typischerweise nicht ausreichend für die in dieser Arbeit anvisierten Unsicherheiten sind. Das im folgenden Kapitel beschriebene neue Verstärkerkonzept umgeht dieses Problem und ermöglicht eine deutliche Reduktion der Messunsicherheiten bei kleinen Stromstärken.

### 3 Konzept des ultrastabilen rauscharmen Stromverstärkers (ULCA)

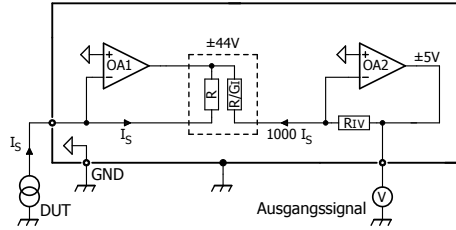
Anlass für die Entwicklung eines neuen Stromverstärkers war die begrenzte Messgenauigkeit bei kleinen Strömen im Sub-Nanoamperebereich. Das Grundkonzept basiert auf einem Halbleiterverstärker, der eine extrem genaue Strom-Spannungswandlung ermöglicht. Dabei wurde angestrebt, einen Strom von 100 pA auf  $10^{-7}$  genau messen zu können. Um sie zu gewährleisten, soll der Verstärker mit einem CCC bei höheren Strömen kalibriert und dabei auf den Quanten-Hall-Widerstand rückgeführt werden. Ist die inhärente Linearität des Verstärkers hinreichend gut, werden damit genaue Messungen bei kleinen Strömen ermöglicht.

Ein Transimpedanzverstärker besteht im einfachsten Fall aus einem Operationsverstärker, dessen Ausgang über einen Gegenkopplungswiderstand mit dem invertierenden Eingang verbunden ist (siehe Abbildung 2.4(b) aus Kapitel 2). Aus Rauschgründen werden für die Messung kleiner Stromstärken sehr hohe Gegenkopplungswiderstände im G $\Omega$ -Bereich benötigt. Diese sind zwar in Dickschichttechnologie kommerziell verfügbar, aber im Hinblick auf die benötigte Stabilität unbrauchbar. Daher wurde ein zweistufiger Aufbau entwickelt, der eine hohe Stromverstärkung in der ersten Stufe aufweist, gefolgt von der Strom-Spannungswandlung in der zweiten Stufe. Durch die hohe Stromverstärkung können für die Strom-Spannungswandlung niederohmigere Widerstände in Metallfolientechnologie verwendet werden, die sehr stabil sind. Durch diese Methode wird das Problem der Genauigkeit hoher Widerstände in die Stromverstärkerstufe verschoben. Jedoch spielt nicht mehr die Genauigkeit eines Widerstands die entscheidende Rolle, sondern die Stabilität eines Widerstandsverhältnisses. Die Realisierung dieses genauen Widerstandsverhältnisses erfolgt über ein Netzwerk aus mehreren tausend identischen Widerständen und führte zur Entwicklung des Ultrastable Low-noise Current Amplifier (ULCA).[27]

#### 3.1 Grundprinzip

In Abbildung 3.1 ist ein vereinfachtes Schema des ULCA dargestellt. Ein eingespeister Strom  $I_S$ , der durch einen Prüfling (Device Under Test, DUT) erzeugt wird, erfährt durch die erste Stufe des ULCA eine Verstärkung um den Faktor  $G_I$ . Mittels der zweiten Stufe erfolgt im Anschluss die Strom-Spannungswandlung über einen hochgenauen Widerstand  $R_{IV}$ . Bei der Standard-Variante des ULCA (Standard-ULCA), der im Folgenden als Beispiel dient, beträgt die Stromverstärkung durch die erste Stufe  $G_I = 1000$ . Die Strom-Spannungswandlung erfolgt über einen Widerstand von  $R_{IV} = 1 \text{ M}\Omega$  in der Ausgangsstufe. Somit beträgt die gesamte Transresistanz (Verhältnis Ausgangsspannung zu Eingangsstrom)  $A_{TR} = 1000 \cdot 1 \text{ M}\Omega = 1 \text{ G}\Omega$ . Um die tausendfache Stromverstärkung zu ermöglichen, befindet sich am Ausgang von OA1 ein Widerstandsnetzwerk mit  $R = 3 \text{ G}\Omega$  und  $R/G_I = 3 \text{ M}\Omega$  (gestrichelter Rahmen in Abbildung 3.1). Aufgebaut ist es aus 3120 identischen Dünnfilmchipwiderständen zu je  $2 \text{ M}\Omega$  in der Bauform 0805 (2 mm  $\cdot$  1.25 mm).

Die Basiszelle des Netzwerks besteht auf der hochohmigen Seite aus einer Reihenschaltung von 31 Widerständen und auf der niederohmigen Seite aus 32 pa-



**Abbildung 3.1:** Vereinfachte Darstellung des ULCA zur Messung des Stromes eines Prüflings (Device Under Test, DUT). Kernbestandteile sind neben den Verstärkern OA1 und OA2 das Widerstandsnetzwerk zur Stromverstärkung  $G_I$  (gestrichelter Rahmen) sowie der für die Strom-Spannungswandlung benötigte Widerstand  $R_{IV}$ . Die interne Masse des ULCA (Dreiecke) ist mit dem Gehäuse verbunden.

parallelgeschalteten Widerständen. Von diesen Basiszellen sind 48 mäanderartig in Reihe geschaltet. Dadurch ergibt sich ein Widerstandsverhältnis von  $31 \cdot 32 = 992$ . Um ein Verhältnis von 1000 zu erzielen, wurden auf der hochohmigen Seite zu den vorhandenen  $31 \cdot 48 = 1488$  Widerständen noch insgesamt 24 parallel geschaltet Widerstandspaare hinzugefügt, so dass sich effektiv 1500 in Serie geschaltete Widerstände ergeben. Zur Gewährleistung einer gleichmäßigen Verteilung teilen sich dabei zwei benachbarte Basiselemente jeweils ein Widerstandspaar. Weitere 48 Widerstände wurden für Guard-Schienen an den Außenseiten des Netzwerks verwendet. Zusätzlich zu den Guard-Schienen wird durch das Einschließen der hochohmigen Seite mit der niederohmigen Seite ein Guardeffekt erzielt. Außerdem ist das Widerstandsnetzwerk innerhalb des ULCA noch durch Guard-Platinen geschützt. Diese sind ober- und unterhalb des Netzwerks angebracht.[27] Der Schutz, der durch diese Guards erfolgt, besteht darin, dass die empfindliche hochohmige Seite mit niederohmig gleichem Potential umgeben ist. Dadurch werden Leckströme auf der hochohmigen Seite minimiert und ihre Kapazität zur Umgebung verringert.[28]

Im Prinzip kann das Widerstandsnetzwerk mit beliebigen Widerständen der Bauform 0805 bestückt werden. Zum Zeitpunkt der Entwicklung des Standard-ULCA war  $2\text{ M}\Omega$  der höchste erhältliche Wert in Dünnschichttechnologie für diese Bauform. Mit Hilfe der Dickfilstechnologie können wesentlich höhere Widerstände realisiert und damit das Verstärkerrauschen weiter gesenkt werden. Allerdings wäre die Stabilität weitaus schlechter und die Spannungsabhängigkeit des Widerstands nicht mehr vernachlässigbar. Deshalb wurden, um die benötigte Stabilität der Stromverstärkung zu gewährleisten, präzise Dünnschichtwiderstände eingesetzt. Diese Widerstände haben eine Toleranz von  $0.1\%$  und einen Temperaturkoeffizienten von  $\pm 25\text{ ppm/K}$ . Bei der Bestückung der Netzwerke wurde ferner darauf geachtet, dass alle Widerstände eines Netzwerks möglichst von der gleichen Fertigungscharge stammen. Die Chargennummer ist typischerweise auf den Rädern, in denen die Widerstände geliefert werden, angegeben.

Nach der Stromverstärkung mit Hilfe des Widerstandsnetzwerks erfolgt die Strom-Spannungswandlung in der Ausgangsstufe. Kernbestandteil ist hier neben dem Verstärker OA2 der hochgenaue Widerstand  $R_{IV}$ , der beim Standard-ULCA



1 M $\Omega$  beträgt. Er besteht aus 14 einzelnen gekapselten Metallfolienwiderständen (VHP101). Es handelt sich dabei um ein selektiertes Set des Herstellers Vishay Precision Group. Die Toleranz beträgt laut Hersteller  $\pm 50$  ppm und der Temperaturkoeffizient ist  $\pm 0.1$  ppm/K. Ferner soll die Drift der Widerstände weniger als 2  $\mu\Omega/\Omega$  in sechs Jahren betragen.[29]

Die für die beiden Stufen des ULCA in Abbildung 3.1 dargestellten Operationsverstärker OA1 und OA2 bestehen aus komplexen Schaltungen, die aus mehreren monolithischen Operationsverstärkern sowie diskreten Verstärkerstufen aufgebaut sind. Die Versorgungsspannung des ULCA beträgt 12 V und wird über eine vierpolige Lemobuchse bereitgestellt. Daraus wird intern eine symmetrische Versorgungsspannung von  $\pm 5.5$  V generiert. Diese Spannung dient zur Versorgung der einzelnen Operationsverstärker in den beiden Stufen. Zusätzlich wird mittels einer Ladungspumpe aus den  $\pm 5.5$  V eine Spannung von  $\pm 47$  V erzeugt, die für die aus diskreten Transistoren aufgebaute  $\pm 44$  V-Ausgangsstufe von OA1 benötigt wird.[27]



**Abbildung 3.2:** Akku-Box mit zwei 12 V-Blei-Akkus zur unterbrechungsfreien Stromversorgung des ULCA. Zusätzlich können die Modi für die Stromverstärkerstufe und die Strom-Spannungswandlerstufe gewählt werden (siehe Kapitel 3.2).

Zur Minimierung von Netzstöreinflüssen werden die 12 V für den ULCA über einen Akku bereitgestellt. Um dabei eine unterbrechungsfreie Stromversorgung zu gewährleisten, wurde eine Akku-Box entwickelt, die in Abbildung 3.2 zu sehen ist. Sie beinhaltet zwei 12 V-Blei-Akkus, von denen einer als Spannungsversorgung für den ULCA dient, während der andere geladen wird. Bei Unterschreitung der Schwellspannung von 12.3 V schaltet die Akku-Box ohne merklichen Spannungseinbruch automatisch von dem entladenen Akku auf den geladenen Akku um. Dieser Umschaltvorgang kann bei Bedarf auch manuell getätigt werden. Neben der Spannungsversorgung stellt die Akku-Box zusätzlich die Logiksignale für die verschiedenen Modi des ULCA bereit, auf die im Kapitel 3.2 eingegangen wird. Zur Vermeidung von HF-Störung ist die Akku-Box ohne Mikrocontroller aufgebaut und verfügt über keinen internen Takt.

Der Stromverbrauch des ULCA beträgt etwa 11 mA und führt somit zu einer geringen Leistungsaufnahme. Dadurch ist die Eigenerwärmung minimal und die Temperatur des ULCA ist nahe der Umgebungstemperatur. Das massive Kup-

fergehäuse des ULCA dient neben der elektrischen Abschirmung zudem als thermischer Tiefpass. Zur Bestimmung der Temperatur innerhalb des ULCA kann auf eine eingebaute Bandabstandsreferenz (AD780) zurückgegriffen werden, deren Temperatúrausgang proportional zur absoluten Temperatur ist (Proportional To Absolute Temperature, PTAT). Der Energieverbrauch ist durch das Design nicht nur gering, sondern auch möglichst unabhängig vom Ausgangssignal gehalten. Dadurch sollen Nichtlinearitäten durch thermische Wechselwirkungen zwischen Eingangs- und Ausgangsstufe (OA1 und OA2) verhindert werden. Dies zusammen mit dem mehrstufigen Aufbau von OA1 und OA2 ermöglicht extrem hohe Leerlaufverstärkungen von  $> 10^9$ . [30] Der Einfluss der einzelnen Operationsverstärker ist somit vernachlässigbar. Es ergibt sich eine konstante Übertragungsfunktion des ULCA über den vollen Dynamikbereich, die nur von der äußeren Beschaltung (d.h. von den Widerständen) abhängt.



**Abbildung 3.3:** Vorder- und Rückseite eines kommerziellen ULCA-1. [31] Das Gehäuse besteht aus massivem oberflächenbehandeltem Kupfer.

In Abbildung 3.3 sind die Vorder- und Rückseite des ULCA dargestellt. Das Gehäuse ist auf Basis von DLC (Diamond-like Carbon) hartstoffbeschichtet. Typischerweise wird diese Beschichtung zur Verringerung des Reibungskoeffizienten genutzt. Hier dient sie vor allem dazu, Oxidation zu verhindern und die Leitfähigkeit des Gehäuses zu gewährleisten. Die einzelnen Anschlüsse des ULCA sind über SMA-Buchsen verfügbar.

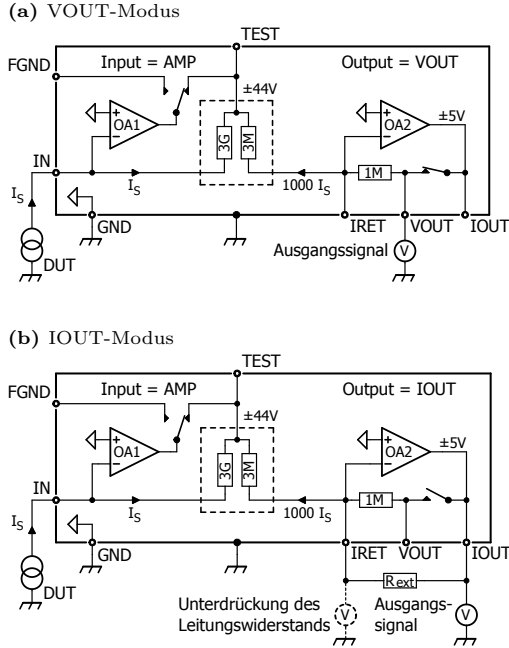
Der Standard-ULCA erreicht durch den beschriebenen Aufbau ein Eingangsstromrauschen von  $2.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  mit einer  $1/f$ -Ecke von  $250 \text{ }\mu\text{Hz}$ . Des Weiteren beträgt der effektive Eingangsruhestrom etwa  $\pm 30 \text{ fA}$  bei einer Temperaturabhängigkeit von  $\pm 1 \text{ fA/K}$ . Ferner schwingt die Ausgangsspannung des ULCA trotz des hohen Widerstandes  $R = 3 \text{ G}\Omega$  innerhalb von drei Sekunden auf  $0.1 \text{ ppm}$  ein. [27] Die erreichbare Stabilität des ULCA hängt maßgeblich von der Stabilität der Stromverstärkung  $G_I$  und der Stabilität des Widerstands  $R_{IV}$  ab. Wie in [32] gezeigt werden konnte, ergibt sich für  $G_I$  eine typische Drift von  $\pm 1 \text{ }\mu\text{A/A}$  pro Jahr und für  $R_{IV}$  typische Werte um  $-1 \text{ }\mu\Omega/\Omega$  pro Jahr. Bezüglich der Linearität konnte in Referenz [33] mittels CCC gezeigt werden, dass sich die gemessene Stromverstärkung um  $(-3 \pm 8) \text{ nA/A}$  ändert, wenn der Eingangsstrom von  $\pm 6.6 \text{ nA}$

auf  $\pm 13 \text{ nA}$  erhöht wird. Daraus kann abgeschätzt werden, dass der Beitrag der Nichtlinearität für den gesamten Aussteuerbereich des ULCA im Bereich einiger  $10 \text{ nA/A}$  liegt.

### 3.2 Betriebsmodi

Über die Akku-Box können verschiedene Modi für den ULCA eingestellt werden. So gibt es für die Eingangsstufe OA1 die Betriebsarten AMP (Verstärker) und SRC (Quelle). Für die Ausgangsstufe OA2 stehen drei Modi VOUT (Spannungsausgang), IOUT (Stromausgang) sowie OFF (deaktiviert) zur Wahl. Befindet sich die Eingangsstufe im AMP-Modus, so fungiert diese als Stromverstärker. Ein eingespeister Strom  $I_S$  wird somit um  $G_I = 1000$  verstärkt. In Abbildung 3.4 ist der AMP-Modus von OA1 zusammen mit jeweils dem VOUT-Modus und IOUT-Modus von OA2 dargestellt. Die Schalter zur Deaktivierung der Ausgangsstufe im Off-Modus sind der Übersichtlichkeit halber in Abbildung 3.4 weggelassen (ein detailliertes Ersatzschaltbild ist in Abbildung 5 von Referenz [27] zu finden). Im Stromverstärkermodus ist das interne Bezugspotential mit dem Gehäuse verbunden. Befindet sich die Ausgangsstufe OA2 im VOUT-Modus (Abbildung 3.4(a)) so erfolgt die Strom-Spannungsumwandlung über den eingebauten  $1 \text{ M}\Omega$ -Widerstand und die Transresistanz  $A_{TR}$  beträgt  $1 \text{ G}\Omega$ . Im IOUT-Modus (Abbildung 3.4(b)) kann statt des eingebauten Widerstands ein externer Widerstand  $R_{\text{ext}}$  verwendet werden. Das Verstärkerdesign erlaubt für  $R_{\text{ext}}$  Werte zwischen  $0 \Omega$  und  $100 \text{ M}\Omega$ . Somit kann entweder ein externer Widerstand mit besseren Eigenschaften als der interne  $1 \text{ M}\Omega$ -Widerstand (z.B. ein hochwertiger Normalwiderstand) verwendet werden oder die Transresistanz kann auf bis zu  $100 \text{ G}\Omega$  erhöht werden, um das Ausgangssignal bei kleinen Strömen zu erhöhen. Für kleine Werte von  $R_{\text{ext}}$  ist jedoch der Leitungswiderstand zwischen dem ULCA und dem externen Widerstand zu beachten. Um den Leitungswiderstand zu unterdrücken ist eine Vierleitermessung nötig. Im einfachsten Fall wird der Spannungsabfall an  $R_{\text{ext}}$  mit einem parallelgeschalteten Voltmeter gemessen. Allerdings würde in diesem Fall ein endlicher Eingangswiderstand des Voltmeters zu einer Änderung der Transresistanz führen. Um dies zu verhindern, ist es deshalb sinnvoller, die beiden Potentiale am Widerstand separat gegen Masse zu messen. Hierfür wurde Abbildung 3.4(b) um das gestrichelt gezeichnete Voltmeter ergänzt. Durch die Vierleitermessung hat der Eingangswiderstand des Voltmeters am IOUT-Anschluss keinen Einfluss auf die Transresistanz. Der Einfluss des gestrichelten Voltmeters zwischen IRET und Gehäusepotential ist bedingt durch das virtuelle Massepotential an IRET und damit verbundenen geringen Spannung unterdrückt. Ferner sind bei diesem Voltmeter die Genauigkeitsanforderungen stark reduziert, im Gegensatz zum Voltmeter am Verstärkerausgang dessen Unsicherheit direkt in das Messergebnis eingeht.

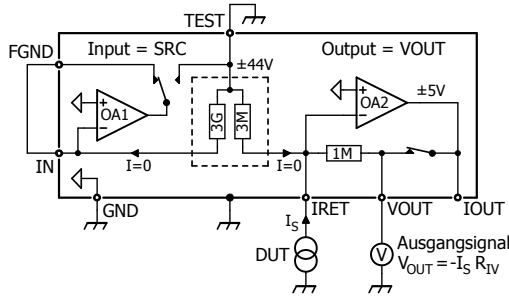
Im VOUT-Modus ergibt sich durch die Transresistanz  $A_{TR}$  von  $1 \text{ G}\Omega$  und den Aussteuerbereich der Ausgangsstufe von  $\pm 5 \text{ V}$  ein Strombereich von  $\pm 5 \text{ nA}$ . Durch einen geeigneten externen Widerstand  $R_{\text{ext}}$  lässt sich der Strombereich noch um etwa den Faktor 3 auf den Aussteuerbereich der Eingangsstufe von  $\pm 14.6 \text{ nA}$  erweitern. Für eine wesentlich höhere Bereichserweiterung um den Faktor  $G_I = 1000$  wurde der sogenannte “Extended Mode” entwickelt.[33] Hierbei wird, wie aus Ab-



**Abbildung 3.4:** Standard-ULCA als Stromverstärker in zwei verschiedenen Ausgangsmodi: (a) Spannungsausgang VOUT und (b) Stromausgang IOUT. Der Eingangsstrom  $I_S$  wird durch OA1 und das  $3\text{G}\Omega/3\text{M}\Omega$ -Widerstandsnetzwerk 1000-fach verstärkt. Im Anschluss folgt die Strom-Spannungswandlung über den  $1\text{M}\Omega$ -Widerstand der Ausgangsstufe im VOUT-Modus oder über einen externen Widerstand  $R_{\text{ext}}$  im IOUT-Modus. Ein Voltmeter zur Unterdrückung des Leitungswiderstandes bei niedrigen Werten von  $R_{\text{ext}}$  ist gestrichelt eingezeichnet.

Abbildung 3.5 ersichtlich, auf die stromverstärkende erste Stufe verzichtet und nur die Ausgangsstufe verwendet. Die Eingangsstufe befindet sich im SRC-Modus und ist extern so beschaltet, dass sie sich in einem stabilen Zustand befindet. Zusätzlich ist der TEST-Anschluss auf Gehäusepotential gelegt, damit kein Leckstrom in die Ausgangsstufe fließt. Der durch ein DUT eingespeiste Strom  $I_S$  wird direkt über  $R_{IV} = 1\text{M}\Omega$  in eine Spannung gewandelt. Der “Extended Mode” ermöglicht somit einen Aussteuerbereich von  $\pm 5\text{ }\mu\text{A}$ . Zu berücksichtigen ist hierbei, dass die Umwandlung des Stroms in eine Spannung über einen invertierenden Verstärker erfolgt und sich somit die Polarität ändert ( $V_{\text{OUT}} = -I_S R_{IV}$ ). Ferner ist das Stromrauschen in dieser Konfiguration mit  $160\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  und einer  $1/f$ -Ecke von  $1\text{mHz}$  deutlich höher als im normal Modus. Bei  $\pm 5\text{ nA}$ , was der kleinsten Stromstärken im “Extended Mode” entspricht (darunter kann der Normalmodus verwendet werden), ergibt sich ohne Berücksichtigung der Messunsicherheit des

eingesetzten Voltmeters eine statistische Messunsicherheit (Typ-A) von  $0.5 \mu\text{A}/\text{A}$  bei einer Messzeit von einer Stunde.[33]

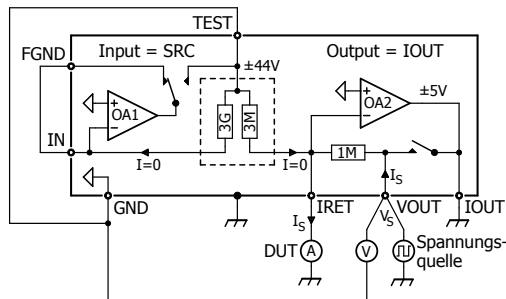


**Abbildung 3.5:** Standard-ULCA im “Extended Mode” zur Erhöhung des Aussteuerbereichs auf  $\pm 5 \mu\text{A}$ . Die Strom-Spannungsumwandlung erfolgt ohne Stromverstärkung der ersten Stufe. Hierfür wird der zu messende Strom am IRET-Anschluss eingespeist und über  $R_{IV} = 1 \text{ M}\Omega$  in eine Spannung umgewandelt, die sich zu  $V_{OUT} = -I_S R_{IV}$  ergibt. Die Eingangsstufe OA1 ist so beschaltet, dass sie sich in einem stabilen Zustand befindet.

Neben der Verwendung als Strom-Spannungswandler stellt der ULCA auch die Möglichkeit einer Stromerzeugung zur Verfügung. Hierzu wird die Eingangsstufe, wie in Abbildung 3.6 gezeigt, im SRC-Modus betrieben. Eine an den TEST-Anschluss angelegte Spannung erzeugt über den  $3 \text{ G}\Omega$ -Widerstand den Kalibrierstrom für das DUT. Im Gegensatz zu konventionellen Präzisionsstromquellen ist die Genauigkeit des Kalibrierstroms hier nur moderat, da er vom Absolutwert des  $3 \text{ G}\Omega$ -Widerstands und der am DUT durch dessen endlichen Eingangswiderstand abfallenden Bürdenspannung abhängt. Durch das ULCA-Prinzip wird jedoch am Verstärkerausgang eine zu dem tatsächlich fließenden Strom  $I_S$  proportionale Spannung  $A_{TR} I_S$  angezeigt.[34] Der Vergleich dieser Spannung mit der am DUT angezeigten Stromstärke ermöglicht eine Kalibrierung mit höchster Genauigkeit. Hierfür ist die Beschaltung in Abbildung 3.6 so gewählt, dass die Gegenkopplung des Eingangsstufenverstärker OA1 über den FGND-Anschluss erfolgt, welcher mit dem Gehäuse (Bezugspotential des DUT) verbunden wird. Diese Gegenkopplung sorgt dafür, dass der interne Massepunkt (Dreiecke in Abbildung 3.6) auf das Potential am IN-Anschluss geregelt wird. Ferner wird das Voltmeter zur Messung des Ausgangssignals auf den internen Massepunkt und nicht wie sonst auf das Gehäusepotential bezogen. Dadurch wird gewährleistet, dass der in die Ausgangsstufe fließende Strom exakt dem um den Faktor  $G_I = 1000$  verstärkten Kalibrierstrom entspricht und damit die am Voltmeter angezeigte Spannung exakt  $G_I R_{IV} I_S = A_{TR} I_S$  beträgt. Auf diese Weise wird auch der Einfluss der Bürdenspannung unterdrückt. In Abbildung 3.6(a) ist der Stromquellenmodus mit internen Widerstand  $R_{IV}$  gezeigt (VOUT-Modus). Die Darstellung in Abbildung 3.6(b) zeigt den IOUT-Modus, bei dem ein externer Widerstand  $R_{ext}$  verwendet wird. Hier ist wiederum zu beachten, dass für kleine Werte von  $R_{ext}$  der Leitungswiderstand zu berücksichtigen ist. Dieser kann durch ein zusätzliches



angelegte Spannung  $V_S$  am VOUT-Anschluss wird mit einem Voltmeter gemessen, um den durch das DUT fließenden Strom  $I_S = V_S/R_{IV}$  zu bestimmen. Dabei ist wichtig, dass Spannungsquelle und Voltmeter sternförmig zum VOUT-Anschluss geführt sind, um den Effekt von Leitungswiderständen zu minimieren. Zur Unterdrückung der Bürdenspannung am DUT wird analog zum Stromquellenmodus mit zwei Stufen eine Regelschleife verwendet, die die Spannung am DUT (IRET-Anschluss) auf die interne Masse (Dreiecke in Abbildung 3.7) regelt. Hierfür wird der Ausgang des Verstärkers über den IOUT-Anschluss auf das Gehäuse (Bezugspotential des DUT) gelegt. Die Eingangsstufe befindet sich im SRC-Modus und ist so beschaltet, dass sie sich in einem stabilen Zustand befindet. Der TEST-Anschluss ist mit dem internen Massepotential des ULCA am GND verbunden, damit kein Leckstrom in die Ausgangstufe fließt, so dass die Eingangsstufe keinen Einfluss auf das Messergebnis hat.

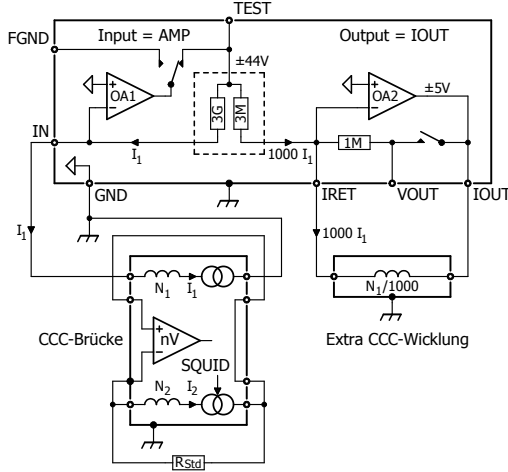


**Abbildung 3.7:** Standard-ULCA im “Extended Mode” zur Stromerzeugung mit einem Aussteuerbereich von  $\pm 5 \mu\text{A}$ . Zur Erzeugung des Stromes  $I_S$  wird eine Spannung über den VOUT-Anschluss an den Widerstand  $R_{IV} = 1 \text{ M}\Omega$  gelegt. Gleichzeitig wird diese Spannung mit einem Voltmeter gemessen, das gegen den internen Massepunkt geschaltet ist. Bei der Beschaltung ist auf eine sternförmige Anbindung zu achten. Die Eingangsstufe OA1 ist so beschaltet, dass sie sich in einem stabilen Zustand befindet.

### 3.3 Kalibrierung

Um als Kalibrator für ein DUT dienen zu können und um rückgeführte Messungen zu ermöglichen, muss der ULCA kalibriert werden. Dies geschieht typischerweise mit Hilfe einer CCC-basierten Widerstandsmessbrücke, getrennt für die Eingangs- und Ausgangsstufe des ULCA, da für jede Stufe ein spezieller Aufbau erforderlich ist. Die Messbrücke besteht aus zwei hochisolierten Stromquellen sowie einem rauscharmen Nanovoltmeter, das die Brückenspannung ermittelt. Die durch die beiden Stromquellen erzeugten Ströme  $I_1$  und  $I_2$  fließen über CCC-Wicklungen, die mit einem supraleitenden Quanteninterferenzdetektor (Superconducting Quantum Interference Device, SQUID) gekoppelt sind. Durch Gegenkopplung wird der magnetische Fluss im SQUID konstant gehalten, indem das Gegenkopplungssignal dem Strom  $I_1$  oder  $I_2$  überlagert wird. Die Gegenkopplung sorgt dafür, dass das Stromverhältnis exakt dem umgekehrten Windungsverhältnis der

beiden Wicklungen entspricht:  $I_1/I_2 = N_2/N_1$ . Durch periodische Umkehr der Stromrichtung wird zusätzlich ein magnetischer Flussoffset unterdrückt und der Einfluss niederfrequenter Schwankungen reduziert. Um beliebige Stromverhältnisse einstellen zu können, verfügt die CCC-Elektronik über ein binäres Kompensationsnetzwerk zur Feinabstimmung des Windungsverhältnisses.[35] Dieses speist einen vorgegebenen Teil des Primärstroms  $I_1$  in eine zusätzliche Hilfswicklung ein.

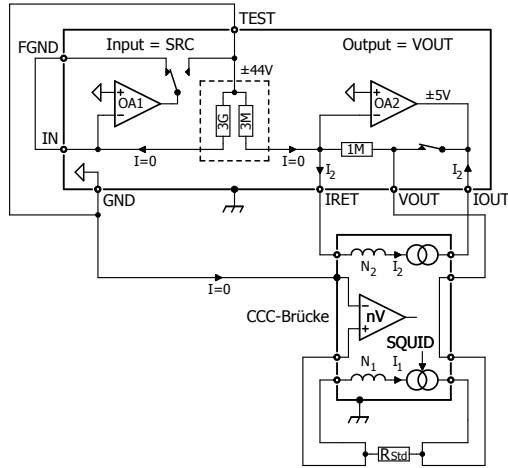


**Abbildung 3.8:** Kalibrierung der Eingangsstufe des ULCA mittels CCC. Der Minusgang des Nanovoltmeters (nV) ist mit dem Gehäusepotential verbunden. Die Einspeisung des SQUID-Gegenkopplungssignals in Stromquelle  $I_2$  ist durch einen Pfeil gekennzeichnet.

Abbildung 3.8 zeigt die Kalibrierung der Eingangsstufe des ULCA mittels CCC, wobei die Hilfswicklung zur Feinabstimmung des CCC-Windungsverhältnisses der Übersicht halber nicht dargestellt ist. Die Eingangsstufe befindet sich im AMP-Modus und die Ausgangsstufe im IOUT-Modus. Um die Stromverstärkung des ULCA zu kalibrieren, ist ein Windungsverhältnis von 1000:1 erforderlich. Für den 14-Bit CCC, der typischerweise an der PTB wegen seiner hohen Stromempfindlichkeit verwendet wird, werden 16 000:16 Windungen gewählt. Der Strom  $I_1$  beträgt bei der Kalibrierung  $\pm 13$  nA und fließt aus dem ULCA-Eingang IN heraus über die Wicklung  $N_1$  und Stromquelle  $I_1$  gegen Masse ab. Dadurch fließt der 1000-fache Strom über die niederohmige Seite des  $3\text{ G}\Omega/3\text{ M}\Omega$ -Widerstandsnetzwerks in die Ausgangsstufe, welche extern mit der CCC-Wicklung  $N_1/1000$  beschaltet ist. Letztere wird in der Darstellung als “Extra CCC-Wicklung” bezeichnet, da sie nur in der ULCA-Eingangsstufenkalibrierung aber nicht für Widerstandsvergleiche mittels CCC benötigt wird. Die SQUID-Gegenkopplung erfolgt hier über den Strom  $I_2$ , welcher über den Normalwiderstand  $R_{\text{Std}}$  abfließt. Die dabei erzeugte Spannung  $I_2 \cdot R_{\text{Std}}$  wird vom Nanovoltmeter gemessen (gekennzeichnet in



Abbildung 3.8 mit nV). Sie ist ein Maß für die Abweichung der Stromverstärkung  $G_I$  vom Nominalwert 1000 und wird durch das Kompensationsnetzwerk klein gehalten. Daher sind die Anforderungen an den Normalwiderstand und das Nanovoltmeter bei dieser Kalibrierung moderat.



**Abbildung 3.9:** Kalibrierung der Ausgangsstufe des ULCA mittels CCC. Der Minuseingang des Nanovoltmeter (nV) ist mit dem Gehäusepotential verbunden. Die Einspeisung des SQUID-Gegenkopplungssignals in Stromquelle  $I_1$  ist durch einen Pfeil gekennzeichnet.

Die Ausgangsstufenkalibrierung ist in Abbildung 3.9 dargestellt. Sie entspricht der Kalibrierung eines  $1\text{ M}\Omega$ -Widerstands gegen einen Normalwiderstand  $R_{\text{Std}}$ . Typischerweise wird an der PTB ein sehr genau bekannter Normalwiderstand verwendet, dessen Wert nominell dem halben Quanten-Hall-Widerstand entspricht ( $R_{\text{Std}} \approx 12.9\text{ k}\Omega$ ). Der Unterschied zu einer konventionellen Widerstandskalibrierung besteht darin, dass es sich bei der Ausgangsstufe um eine aktive Schaltung handelt und ihre Transresistenz  $R_{IV} = 1\text{ M}\Omega$  einen virtuellen Widerstand darstellt, der vierpunktmäßig angeschlossen wird. Die Eingangsstufe des ULCA befindet sich während der Kalibrierung im SRC-Modus und ist so beschaltet, dass sie sich in einem stabilen Zustand befindet. Für die Ausgangsstufe wird zur Kalibrierung der VOUT-Modus eingestellt. Durch die Beschaltung von OA2 wird sichergestellt, dass das Potential am IRET-Anschluss dem internen Massepotential entspricht. Der Strom  $I_2$  fließt in den IOUT-Anschluss über den Widerstand  $R_{IV}$  zum IRET-Anschluss und erzeugt dabei einen Spannungsabfall  $I_2 R_{IV}$ . Dieser Spannungsabfall wird durch das Nanovoltmeter mit einer am Normalwiderstand abfallenden Spannung  $I_1 R_{\text{Std}}$  verglichen, wobei die Spannungsdifferenz durch das Kompensationsnetzwerk minimiert wird. Mit Hilfe des bekannten Stromverhältnisses  $I_2/I_1$  wird die Transresistenz  $R_{IV}$  aus dem Kalibrierwert des Normalwiderstands ermittelt, d.h.  $R_{IV}$  wird auf den Quanten-Hall-Widerstand zurückgeführt. Alternativ kann statt des Normalwiderstands auch der Quanten-Hall-Widerstand

direkt verwendet werden. Die zu erwartende geringe Reduktion der gesamten Kalibrierunsicherheit rechtfertigt diesen Mehraufwand jedoch in der Regel nicht.

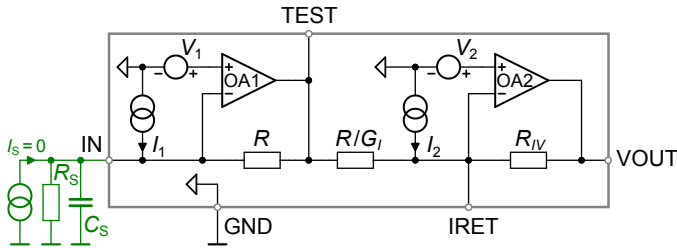
Ist kein CCC verfügbar, können sowohl  $G_I$  als auch  $R_{IV}$  des ULCA mit Hilfe von Normalwiderständen kalibriert werden. Eine Veröffentlichung zu diesen speziellen Kalibrierverfahren ohne CCC ist in Vorbereitung. Ferner lassen sich umgekehrt auch Normalwiderstände mit dem ULCA kalibrieren. Erste Messergebnisse hierzu wurden in Referenz [30] und Referenz [36] veröffentlicht.

## 4 ULCA mit minimalem Rauschen bei moderater Stabilität

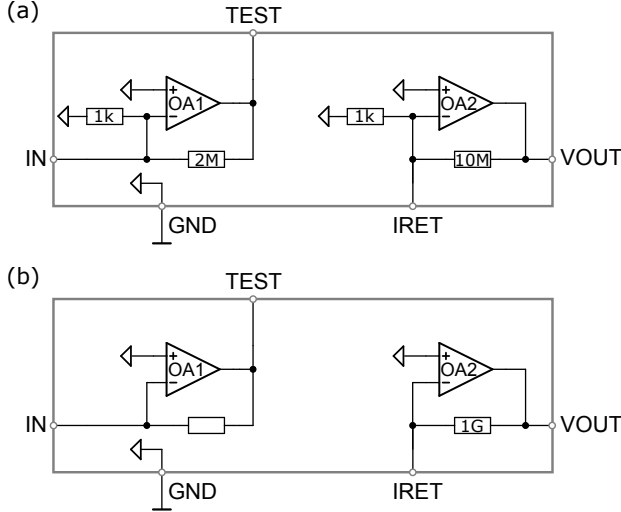
Hauptziel bei der Entwicklung des Standard-ULCA war die Realisierung eines hochstabilen Stromverstärkers, der gleichzeitig ein geringes Rauschen aufweist. Ausgehend vom Standard-ULCA erfolgte die Entwicklung neuer ULCA-Varianten. Diese sind für verschiedene Einsätze optimiert und unterscheiden sich vor allem im Rauschen und der damit verbundenen Stabilität sowie im Eingangsruhestrom. In diesem Kapitel wird auf eine Variante des ULCA eingegangen, die bei moderater Stabilität minimales Rauschen und einen minimierten Eingangsruhestrom aufweist. Anhand dieser Variante werden die beiden Optimierungsparameter Rauschen und Eingangsruhestrom diskutiert. Dabei wird zuerst ein Ersatzschaltbild für den ULCA in Hinblick auf diese beiden Parameter vorgestellt sowie Methoden, um diese zu messen. Danach folgt eine Rauschanalyse und es wird auf den Zusammenhang zwischen Stabilität und Rauschen eingegangen. Abschließend erfolgt die Untersuchung des Eingangsruhestroms. Der Inhalt dieses Kapitels wurde in [37] veröffentlicht.

### 4.1 Modell für Rauschen und Eingangsruhestrom

Abbildung 4.1 zeigt ein vereinfachtes Ersatzschaltbild des ULCA mit den beiden Stufen OA1 (Eingangsstufe) und OA2 (Ausgangsstufe). Berücksichtigt werden hierbei mittels einer Spannungsquelle  $V_1 = V_{N1} + V_{O1}$  das Spannungsrauschen und der Offset sowie mittels einer Stromquelle  $I_1 = I_{N1} + I_{B1}$  das Stromrauschen und der effektive Eingangsruhestrom der ersten Stufe OA1. Analog gilt für OA2  $V_2 = V_{N2} + V_{O2}$  sowie  $I_2 = I_{N2} + I_{B2}$ . Der Einfluss der Quelle am Eingang des ULCA wird durch den Widerstand  $R_S$  und die Kapazität  $C_S$  berücksichtigt. Für Rausch-, Offset- und Eingangsruhestromuntersuchungen wird angenommen, dass kein Quellstrom fließt ( $I_S=0$ ).



**Abbildung 4.1:** Schematische Darstellung zur Rausch-, Offset- und Eingangsruhestromanalyse des ULCA. Die Stromquellen  $I_1$  und  $I_2$  stellen hierbei eine Überlagerung des Stromrauschens mit dem Eingangsruhestrom dar. Analog sind  $V_1$  und  $V_2$  Superpositionen des Spannungsrauschens mit der Offsetspannung. Der Einfluss der Stromquelle am Eingang IN wird durch den Widerstand  $R_S$  und die Kapazität  $C_S$  berücksichtigt.



**Abbildung 4.2:** Schaltungen zur Bestimmung der Beiträge von OA1 und OA2 an der gesamten Eingangsstromrauschdichte  $S_{I,\text{eff}}$  und dem gesamten Eingangsruhestrom  $I_{B,\text{eff}}$ . Gezeigt sind die Beschaltungen zur Bestimmung von (a) der Spannungseffekte für OA1 und OA2 sowie (b) der Stromeffekte für OA2. OA1 wird im letzteren Fall nicht verwendet, ist aber so beschaltet, dass ein stabiler Zustand vorhanden ist. Die Ausgangsspannung wird jeweils an TEST oder VOUT gemessen.

Das Ersatzschaltbild in Abbildung 4.1 kann zur Bestimmung der gesamten Eingangsstromrauschdichte  $S_{I,\text{eff}}$  und des gesamten Eingangsruhestroms  $I_{B,\text{eff}}$  unter Berücksichtigung der einzelnen Beiträge von OA1 und OA2 herangezogen werden. Zur Untersuchung bzw. Messung dieser Beiträge wird das Widerstandsnetzwerk (bestehend aus  $R$  und  $R/G_I$ ) an OA1 und der Ausgangswiderstand  $R_{IV}$  an OA2 durch eine geeignete Beschaltung ersetzt (siehe Bild 4.2). Um die Analyse zu erleichtern, ist es sinnvoll, eine Konfiguration zu wählen, bei der der zu bestimmende Beitrag dominiert. So werden für die Untersuchung der Spannungseffekte (Spannungsrauschen und Offset) die Operationsverstärkerschaltungen OA1 und OA2 wie in 4.2(a) beschaltet und stellen damit jeweils einen Spannungsverstärker mit hoher Verstärkung dar. Durch die Realisierung mit hinreichend niederohmigen Widerständen im Gegenkopplungspfad der Operationsverstärkerschaltungen sind Stromrauschen und Eingangsruhestrom des Verstärkers sowie thermisches Rauschen der Widerstände vernachlässigbar. Zu beachten ist, dass die Verstärkung nicht zu hoch gewählt wird, da sonst die Bandbreite zu gering ausfällt und der Verstärker nicht mehr im gewünschten Frequenzbereich untersucht werden kann. Die Spannungseffekte am Eingang der jeweiligen Stufe ergeben sich aus dem Quotienten der Ausgangsspannung und der Verstärkung. Für die Beschaltung in 4.2(a) beträgt die nominelle Spannungsverstärkung 2001 für OA1 und 10001 für OA2. Der Unterschied in der Spannungsverstärkung ergibt sich aus dem Aufbau

von OA1 bzw. OA2. Letzterer verwendet einen Zero-Drift-Verstärker am Eingang, um ein sehr kleines  $1/f$ -Spannungsrauschen und einen geringen Offset zu erzielen. Deshalb ist hier, um den Einfluss der Datenerfassung zu minimieren, eine höhere Verstärkung notwendig. Bei OA1 handelt es sich um eine Operationsverstärkerschaltung, die auf minimales Stromrauschen optimiert ist. Das Spannungsrauschen ist dagegen relativ hoch und somit ist eine geringere Spannungsverstärkung von 2001 ausreichend.

Zur Untersuchung von Stromeffekten wird OA2, wie in 4.2(b) dargestellt, als Transimpedanzverstärker beschaltet. Für einen hinreichend großen Widerstand im Gegenkopplungspfad sind Spannungseffekte vernachlässigbar. Aus diesem Grund wurde ein  $1\text{ G}\Omega$  Widerstand verwendet. Die im Messaufbau verwendete Kompensationskapazität von  $100\text{ pF}$  (nicht dargestellt in 4.2(b)) beeinflusst den Frequenzverlauf von OA2 oberhalb von  $0.1\text{ Hz}$ . Aus diesem Grund wurde der Gegenkopplungswiderstand zur Charakterisierung bei hohen Frequenzen auf  $10\text{ M}\Omega$  herabgesetzt und ein rauscharmer Nachverstärker mit hundertfacher Spannungsverstärkung nachgeschaltet. Der verwendete Zero-Drift-Verstärker am Eingang von OA2 führt zu relativ hohem Stromrauschen, was die Messung erleichtert. Dies ist auf thermisches Rauschen zurückzuführen, welches durch nichtlineare Schaltvorgänge (choppen) heruntergemischt wird.[38] Im Prinzip lässt sich das Stromrauschen der ersten Stufe OA1 in gleicher Weise messen wie bei OA2. Da diese allerdings auf minimales Stromrauschen optimiert ist, wäre ein Rückkopplungswiderstand von mindestens  $1\text{ T}\Omega$  nötig, damit das thermische Rauschen des Widerstands gegenüber dem Stromrauschen des Verstärkers vernachlässigbar bleibt. Bei solch hochohmigen Widerständen ist es schwierig, die notwendige Bandbreite zu erreichen, da sich hier schon kleine Streukapazitäten negativ auf die Bandbreite auswirken. Aus diesem Grund ist es einfacher, die gesamte Eingangsstromrauschdichte  $S_{I,\text{eff}}$  sowie den gesamten Eingangsruhestrom  $I_{B,\text{eff}}$  des ULCA zu bestimmen und den Einfluss von OA1 durch Berücksichtigung der jeweils drei anderen Beiträge zu ermitteln.

## 4.2 Verstärkerrauschen

Unter Berücksichtigung von Abbildung 4.1 lässt sich die spektrale Dichte der gesamten Eingangsstromrauschdichte schreiben als:

$$\begin{aligned}
 S_{I,\text{eff}} = & S_{I1} + S_{V1} \left( \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_S} \right)^2 + (2\pi f C_S)^2 \right) \\
 & + \underbrace{\frac{S_{V2}}{R^2}}_{\substack{\text{vernachlässigbar für} \\ S_{V2} \ll S_{V1}}} + \underbrace{\frac{S_{V2}}{G_I R_{IV}} \left( \frac{2}{R} + \frac{1}{G_I R_{IV}} \right) + \frac{S_{I2}}{G_I^2}}_{\text{vernachlässigbar für } G_I \rightarrow \infty}. \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

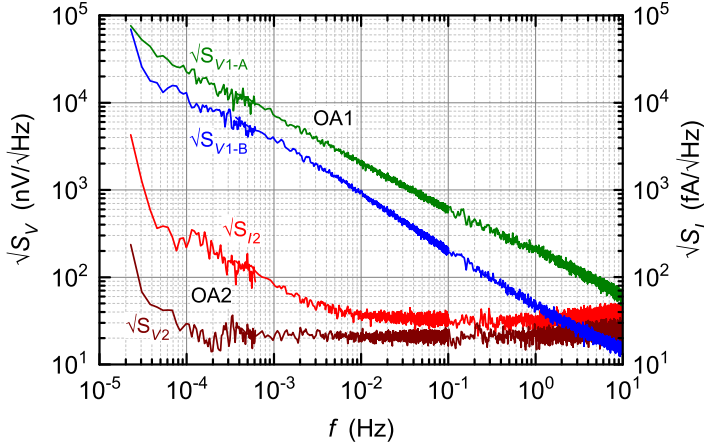
Hierbei stellen  $S_{V1}$ ,  $S_{V2}$ ,  $S_{I1}$  und  $S_{I2}$  die spektralen Dichten für das Spannungsrauschen und Stromrauschen von OA1 und OA2 dar. Die Beiträge von OA1 sind in der ersten Zeile von Gleichung 4.1 zusammengefasst. Die Stromrausch-

dichte der ersten Stufe  $S_{I1}$  geht, wie zu erkennen ist, direkt in  $S_{I,\text{eff}}$  ein. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, für den Eingang von OA1 einen Operationsverstärker zu wählen, dessen niederfrequentes Stromrauschen so gering wie möglich ausfällt. Leider geht ein minimales Stromrauschen bei Operationsverstärkern mit einem erhöhten Spannungsrauschen einher. Um den Beitrag des Spannungsrauschens  $S_{V1}$  zu minimieren, müssen deshalb die Widerstände  $R$  und  $R_S$  so groß wie möglich gewählt werden. Die Quellkapazität  $C_S$  sollte hingegen minimiert werden. Durch die Festlegung des Maximalwertes von  $R$  wird zusätzlich die Genauigkeit des Widerstandes bestimmt. Abhängig vom angestrebten Wert für  $R$  kommen hier unterschiedliche Widerstandstechnologien zum Einsatz, die unterschiedliche Genauigkeiten ermöglichen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass eine Optimierung, die auf geringstes Rauschen abzielt, in der Regel eine Verschlechterung bei der Stabilität darstellt (Verwendung von Dickfilmtechnologie statt Dünnschichttechnologie).

Die zweite Zeile von Gleichung 4.1 beschreibt den Einfluss von OA2 auf die gesamte Eingangsstromrauschdichte. Der Beitrag  $S_{V2}/R^2$  reduziert sich für größere Werte von  $R$ . Ferner gilt, dass der Beitrag vernachlässigt werden kann, wenn  $S_{V2} \ll S_{V1}$  gilt. Dies wird durch den Einsatz eines Zero-Drift-Verstärker am Eingang der zweiten Stufe sichergestellt, da dessen Spannungsrauschbeitrag bei niedrigen Frequenzen minimal ausfällt.[39] Der Einfluss der letzten beiden Terme in Gleichung (4.1) verringert sich mit zunehmender Stromverstärkung  $G_I$  und kann für ausreichend hohe Stromverstärkung vernachlässigt werden. Die beim Standard-ULCA verwendete Stromverstärkung von 1000 ist nicht ausreichend für minimales Rauschen bei kleinen Frequenzen. Grund hierfür ist das  $1/f$ -Rauschen der Operationsverstärker. Für den neuen rauscharmen Verstärker (Low-Bias-ULCA) wurde deshalb eine Stromverstärkung von  $G_I = 100\,000$  gewählt.

Wie aus Gleichung (4.1) ersichtlich, erhöht sich für eine endliche Quellkapazität  $C_S$  das Stromrauschen zu höheren Frequenzen hin mit dem Ausdruck  $S_{V1}(2\pi f C_S)^2$ . Deshalb ist ein Operationsverstärker am Eingang von OA1 notwendig, der eine möglichst geringe Spannungsrauschdichte  $S_{V1}$  aufweist. Der Standard-ULCA, welcher als Ausgangspunkt für die Neuentwicklung diente, verwendet als Eingangsverstärker für die erste Stufe OA1 einen Operationsverstärker von Linear Technology vom Typ LTC6240HV. Unter Verwendung dieses Operationsverstärkers ergibt sich für die Verstärkeranordnung von OA1 (nachfolgend als OA1-B bezeichnet) ein niedriges Stromrauschen und ein akzeptables Spannungsrauschen zwischen etwa 1 mHz und 10 Hz. Eine Alternative zur OA1-B Anordnung lässt sich mit einem neuen Operationsverstärker von Analog Devices realisieren, der während der ULCA-Entwicklung auf dem Markt erschien. Mittels des ADA4530-1 lässt sich das niederfrequente Stromrauschen und der Eingangsruhestrom erheblich reduzieren, auf Kosten eines erhöhten Spannungsrauschens. Dieser Verstärker (nachfolgend als OA1-A bezeichnet) wurde für den neuentwickelten Low-Bias-ULCA eingesetzt.

Abbildung 4.3 zeigt die gemessenen Spannungsrauschdichten für beide OA1-Varianten sowie die Spannungs- und Stromrauschdichte für OA2. Der untersuchte Frequenzbereich erstreckt sich über sechs Dekaden und geht von 10  $\mu$ Hz bis 10 Hz. Die Spannungsrauschdichte  $S_{V1-A}$  für OA1-A zeigt eine Frequenzabhängigkeit, die in etwa  $1/f$  entspricht. Hingegen weist  $S_{V1-B}$  eine etwas stärkere Frequenzabhän-



**Abbildung 4.3:** Rauschniveau der Verstärkerstufen OA1 und OA2 des ULCA, gemessen mit der in Abbildung 4.2 dargestellten Beschaltung. Die linke Achse zeigt das Spannungsrauschen für  $\sqrt{S_{V1-A}}$ ,  $\sqrt{S_{V1-B}}$  und  $\sqrt{S_{V2}}$ , die rechte Achse das Stromrauschen für  $\sqrt{S_{I2}}$ .

gigkeit auf. Ferner zeigt sich hier unterhalb von  $30 \mu\text{Hz}$  ein zusätzlicher Anstieg, der auf Temperaturschwankungen während der Messung zurückzuführen ist. Die typischen Temperaturschwankungen, verursacht durch Tag und Nacht, lagen bei etwa  $1 \text{ K}$ . Für OA1-B lässt sich somit aus der Temperaturschwankung der Offsetspannung ein Temperaturkoeffizient von  $-1 \mu\text{V/K}$  abschätzen. Bei OA1-A konnte innerhalb des Rauschens keine Temperaturabhängigkeit festgestellt werden. Die Stromrauschdichte  $S_{I2}$  von OA2 wurde um das Johnson-Nyquist-Rauschen des Gegenkopplungswiderstands korrigiert. Der Zero-Drift-Verstärker am Eingang der zweiten Stufe führt typischerweise zu Schaltspitzen und einem erhöhten Ruhestrom. Durch eine geeignete Filterung am Eingang und Ausgang des Zero-Drift-Verstärkers lassen sich die Schaltspitzen minimieren und der Ruhestrom auf etwa  $\pm 2 \text{ pA}$  begrenzen. Der Temperaturkoeffizient für diesen Ruhestrom beträgt  $-0.07 \text{ pA/K}$ . Für die Offsetspannung konnte keine Temperaturabhängigkeit bestimmt werden.

Die erhöhte Stromverstärkung von  $G_I = 100\,000$  erforderte eine Neuentwicklung des Widerstandsnetzwerks. Das neue Netzwerk besteht aus 2461 Dickschichtwiderständen der Bauform 1206 ( $3.2 \text{ mm} \cdot 1.6 \text{ mm}$ ) mit dem Nennwert von  $1 \text{ G}\Omega$ . Auf der hochohmigen Seite sind 175 Widerstände in Serie geschaltet, während die niederohmige Seite aus 1143 parallelgeschalteten Serienschaltungen von je zwei Widerständen besteht. Dies ergibt nominell  $175 \text{ G}\Omega$  auf der hochohmigen Seite und  $2 \text{ G}\Omega / 1143 = 1.75 \text{ M}\Omega$  auf der niederohmigen Seite. Dadurch ergibt sich eine Stromverstärkung von  $G_I = 100\,000$ . Nach der Bestückung zeigte sich, dass der gemessene Widerstandswert der hochohmigen Seite mit  $185 \text{ G}\Omega$  um etwa  $6 \%$  über dem Nennwert liegt. Diese Abweichung konnte auch an einzelnen Chipwiderstän-

den dieses Typs gemessen werden. Die Ursache liegt in der Herstellerspezifikation für die Widerstände. So sind die  $1\text{ G}\Omega$ -Widerstände bei Spannungen von  $1000\text{ V}$  spezifiziert, werden aber im ULCA bei sehr kleinen Spannungen betrieben (typischerweise unter  $1\text{ V}$ ). Die Spannungsabhängigkeit des Widerstandes führt zur beobachteten Widerstandsänderung.

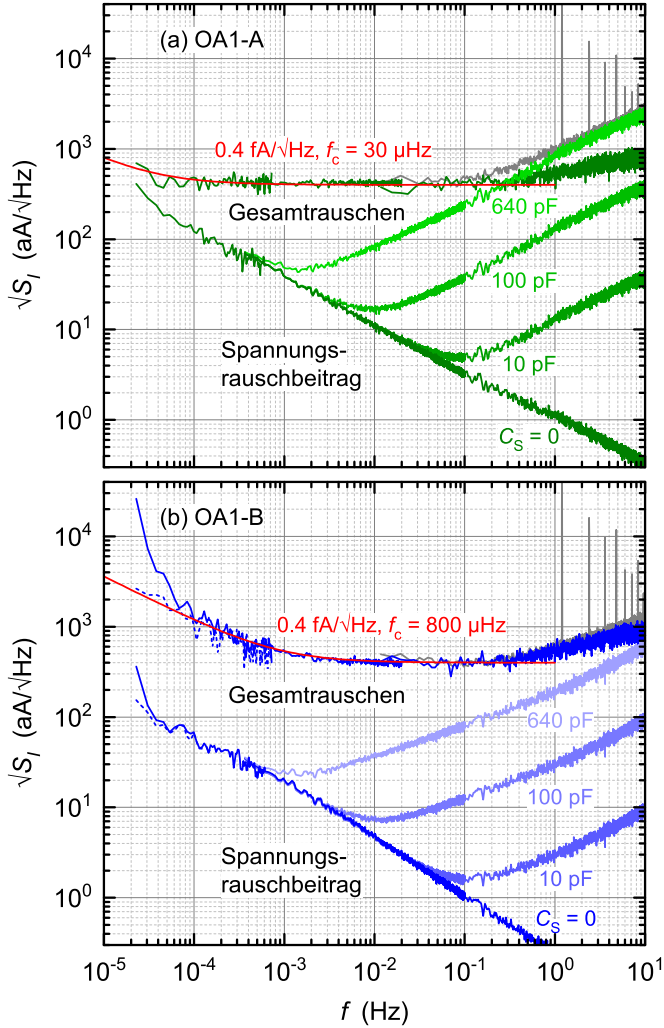
Das neu entwickelte  $185\text{ G}\Omega$ -Widerstandsnetzwerk ergibt in Kombination mit der Verstärkerkonfiguration OA1-A den so genannten Low-Bias-ULCA. Leider war zum Zeitpunkt der Untersuchungen an OA1-B kein zweites  $185\text{ G}\Omega$ -Widerstandsnetzwerk verfügbar, so dass für diese Verstärkerkonfiguration auf ein Prototypnetzwerk aus  $500\text{ M}\Omega$ -Dickschichtwiderstände der Bauform 0805 ausgewichen werden musste. Dieses hatte die gleiche Stromverstärkung, aber einen etwas höheren Widerstand von  $198\text{ G}\Omega$  auf der hochohmigen Seite.

Abbildung 4.4 zeigt das gesamte Eingangsstromrauschen sowie den Beitrag des Spannungsrauschens der ersten Stufe OA1 im Frequenzbereich von  $10\text{ }\mu\text{Hz}$  bis  $10\text{ Hz}$ . Für verschiedene Quellkapazitäten  $C_S$  wurde nach Gleichung (4.1) der Spannungsrauschbeitrag berechnet. Bei hohen Frequenzen steigt dieser mit der Quellkapazität an. Die höchste angenommene Quellkapazität beträgt  $C_S = 640\text{ pF}$  und entspricht einer echten Quellkapazität, die am Eingang des Verstärkers durch ein Kabel erzeugt wurde (graue Kurve, siehe Abbildung 6.8 in Kapitel 6.4). Es ist zu erkennen, dass das Rauschen bei hohen Frequenzen im Vergleich zum Fall ohne Kabel deutlich ansteigt, was auf den Spannungsrauschbeitrag zurückzuführen ist. Der Anstieg des hochfrequenten Rauschens für  $C_S = 0$  ist vermutlich durch Streukapazitäten im Widerstandsnetzwerk verursacht. Die rote Kurve für Gesamtstromrauschen von OA1-A und OA1-B berücksichtigt die Beiträge des weißen Rauschens und des  $1/f$ -Rauschens gemäß der Formel:

$$S = S_w \left( 1 + \frac{f_c}{f} \right) . \quad (4.2)$$

Die Gesamtspektraldichte  $S$  ist näherungsweise eine Überlagerung des weißen Rauschens  $S_w$  mit dem  $1/f$ -Rauschen. Die  $1/f$ -Ecke  $f_c$  beschreibt dabei die Frequenz, bei der beide Beträge gleich groß sind.





**Abbildung 4.4:** Gesamtstromrauschen des ULCA und Spannungsrauschbeitrag des Operationsverstärkers OA1 für verschiedene Quellkapazitäten  $C_S$ . Gezeigt (a) OA1-A für bestes Verhalten bei niederen Frequenzen und (b) OA1-B angepasst für reduziertes Rauschen bei höheren Frequenzen. Der Spannungsrauschbeitrag in Abhängigkeit der Kapazität  $C_S$  wurde mit Hilfe von Gleichung (4.1) bestimmt. Zum Vergleich zeigt die graue Kurve eine Messung mit einer realen Kapazität von 640 pF am Eingang. Die gestrichelten Kurven in (b) zeigen die Messwerte mit Temperaturkompensation. Der dabei verwendete Temperaturkoeffizient beträgt für das Gesamtrauschen  $+0.4 \text{ fA/K}$  und für den Spannungsrauschbeitrag  $-1 \mu\text{V/K}$ . Die roten Kurven stellen eine Berechnung unter Berücksichtigung von Gleichung (4.2) dar.

Alternativ zur spektralen Dichte können Rauscheffekte mit Hilfe der Allan-Varianz bzw. deren Quadratwurzel (Allan-Deviation) untersucht werden. Zur Berechnung der Allan-Varianz wird eine Messreihe mit zeitlich äquidistanten Punkten in Blöcke der Größe  $\tau = n \cdot \tau_S$  zerlegt, wobei  $n$  eine natürliche Zahl und  $\tau_S$  der zeitliche Abstand zwischen zwei Punkten ist. Für diese Blöcke wird jeweils der Mittelwert  $\bar{B}$  gebildet. Die Allan-Varianz ergibt sich aus der Hälfte der mittleren quadrierten Differenz benachbarter Blockmittelwerte  $\bar{B}_{k+1}$  und  $\bar{B}_k$ :

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{B}_{k+1} - \bar{B}_k)^2 \rangle . \quad (4.3)$$

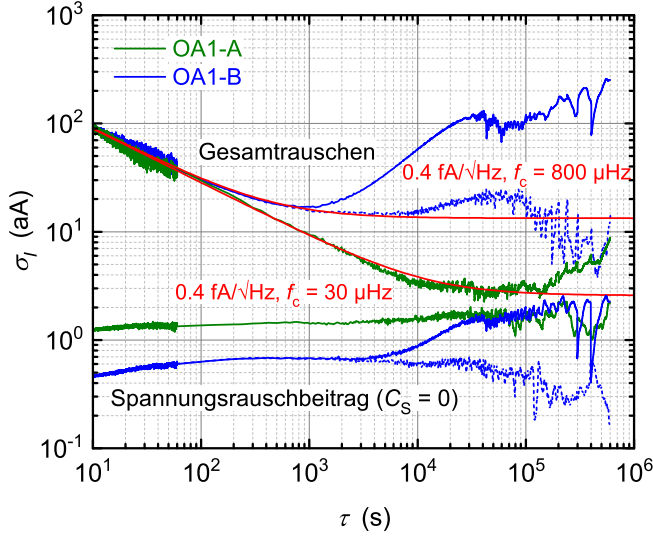
Zur Bestimmung der Allan-Varianz bei unterschiedlichen  $\tau$  wird die Blockgröße erweitert bis  $\tau$  die Hälfte der gesamten Messzeit einnimmt. Die aus der Allan-Varianz abgeleitete Allan-Deviation  $\sigma(\tau)$  findet in der Metrologie häufig Anwendung zur Abschätzung der minimalen erreichbaren Messunsicherheit. Zeigt die Allan-Deviation eine  $1/\sqrt{\tau}$ -Abhängigkeit, so handelt es sich um weißes Rauschen. Für diesen Bereich verringert sich die Unsicherheit mit zunehmender Messzeit. Wird die Allan-Deviation bei langen Messzeiten konstant (unabhängig  $\tau$ ), so handelt es sich um  $1/f$ -Rauschen. In diesem Regime führt eine weitere Erhöhung der Messzeit nicht zu einer Reduktion der Messunsicherheit. Bei noch längeren Messzeiten steigt die Allan-Deviation in der Regel mit zunehmender Messzeit  $\tau$  an. Dies kann durch Drifteffekte oder niederfrequente Schwankungen verursacht sein und verschlechtert die Messunsicherheit bei langen Messzeiten.[40]

Unter Berücksichtigung von Referenz [41] folgt für die Kombination aus weißen Rauschen und  $1/f$ -Rauschen eine Allan-Varianz  $\sigma^2$  von

$$\sigma^2 = S_W \cdot \left( \frac{1}{2\tau} + 2 \ln(2) \cdot f_c \right) , \quad (4.4)$$

wobei  $\tau$  die Dauer der Sample-Periode ist. Das weiße Rauschen  $S_W$  wurde aus dem Spektrum von Abbildung 4.4 bestimmt. Zur Bestimmung wurde ein kleiner Bereich des Gesamtstromrauschen um 0.1 Hz ausgewählt und der Mittelwert gebildet. Die  $1/f$ -Ecke wurde mit Hilfe von Gleichung (4.2) und (4.4) so angepasst, dass die rote Kurve gut mit den Messdaten in Abbildung 4.4 und 4.5 übereinstimmt.

Abbildung 4.5 zeigt die Allan-Deviation  $\sigma_I$  für das Gesamtstromrauschen und für den Spannungsrauschbeitrag ohne Quellkapazität ( $C_s = 0$ ) über fünf Dekaden unter Verwendung der selben Rohdaten wie bei den Spektren in Abbildung 4.4. Für beide Verstärkervarianten OA1-A und OA1-B ergibt sich ein weißes Rauschenniveau  $\sqrt{S_W}$  von 0.4 fA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Sie unterscheiden sich jedoch erheblich in ihrer  $1/f$ -Ecke. So zeigt OA1-A eine sehr niedrige Ecke von  $f_c = 30 \mu\text{Hz}$ , was weißes Rauschen für weit über einer Stunde Messzeit bedeutet. Bei der OA1-B-Variante ist aufgrund von Temperatureffekten die Allan-Deviation bei langen Zeiten weitaus schlechter. Der Temperaturkoeffizient beträgt für das Gesamtstromrauschen +0.4 fA/K und für den Spannungsrauschbeitrag -1  $\mu\text{V/K}$ . Werden die Daten um die jeweilige Temperaturabhängigkeit bereinigt, so verbessert sich die Allan-Deviation für lange Zeiten signifikant (gestrichelte Linien), was eine höhere Genauigkeit im niederfrequenten Bereich ermöglicht. Durch die Korrektur fällt der Spannungs-



**Abbildung 4.5:** Allan-Deviation der gemessenen Zeitdaten, die zur Berechnung der Spektren in Abbildung 4.4 dienen. Die roten Kurven ergeben sich durch Verwendung von Gleichung (4.4). Die gestrichelten Kurven zeigen die temperaturkompensierte Allan-Deviation von OA1-B. Der dabei verwendete Temperaturkoeffizient beträgt für das Gesamtrauschen  $+0.4 \text{ fA/K}$  und für den Spannungsrauschbeitrag  $-1 \mu\text{V/K}$ .

rauschbeitrag bei OA1-B sogar geringer aus als bei OA1-A. Allerdings führt dies beim Gesamtstromrauschen nur zu einer  $1/f$ -Ecke von  $f_c = 800 \mu\text{Hz}$  und ist damit immer noch mehr als eine Größenordnung schlechter als OA1-A, bei dem keine Temperaturabhängigkeit nachgewiesen werden konnte.

### 4.3 Eingangsruhestrom

Der effektive Eingangsruhestrom  $I_{B,\text{eff}}$  ist der Strom, der als Spannung  $V_{\text{OUT}}$  am Ausgang gemessen werden kann, wenn keine Quelle an den Verstärker angeschlossen ist. Er lässt sich berechnen aus dem Verhältnis  $V_{\text{OUT}}/A_{\text{TR}}$ . Unter Verwendung von Abbildung 4.1 ergeben sich die Beiträge von OA1 und OA2 an den effektiven Eingangsruhestrom gemäß Gleichung (4.5):

$$I_{B,\text{eff}} = \underbrace{I_{B1} - V_{O1} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_S} \right)}_{\text{OA1}} - \underbrace{\frac{I_{B2}}{G_I} + V_{O2} \left( \frac{1}{G_I R_{IV}} + \frac{1}{R} \right)}_{\text{OA2}}. \quad (4.5)$$

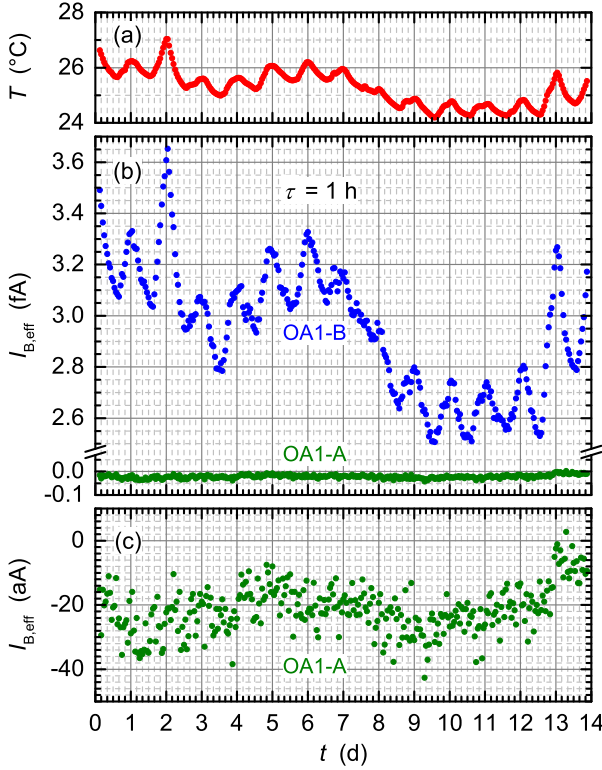
Werden die Terme nach den Widerständen und der Stromverstärkung sortiert ändert sich Gleichung (4.5) zu (4.6):

$$I_{B,\text{eff}} = I_{B1} - \frac{V_{O1}}{R_S} + \frac{V_{O2} - V_{O1}}{R} + \underbrace{\frac{1}{G_I} \left( \frac{V_{O2}}{R_{IV}} - I_{B2} \right)}_{\text{vernachlässigbar für } G_I \rightarrow \infty}. \quad (4.6)$$

Es ist gut zu erkennen, dass der letzte Term für sehr große Werte von  $G_I$  vernachlässigt werden kann. Ferner ist zu sehen, dass  $I_{B1}$  direkt in  $I_{B,\text{eff}}$  eingeht. Für den Beitrag der Offsetspannung  $V_{O1}$  von OA1 spielt sowohl der Quellwiderstand  $R_S$  als auch die hochohmige Seite des Widerstandsnetzwerks  $R$  eine Rolle. Der Beitrag von  $V_{O2}$  ist hingegen vernachlässigbar, da die zweite Stufe OA2 am Eingang einen Zero-Drift-Verstärker verwendet und deshalb der Spannungsoffset sehr klein ausfällt. Damit vereinfacht sich Gleichung (4.6) zu:

$$I_{B,\text{eff}} \approx I_{B1} - V_{O1} \left( \frac{1}{R_S} + \frac{1}{R} \right). \quad (4.7)$$

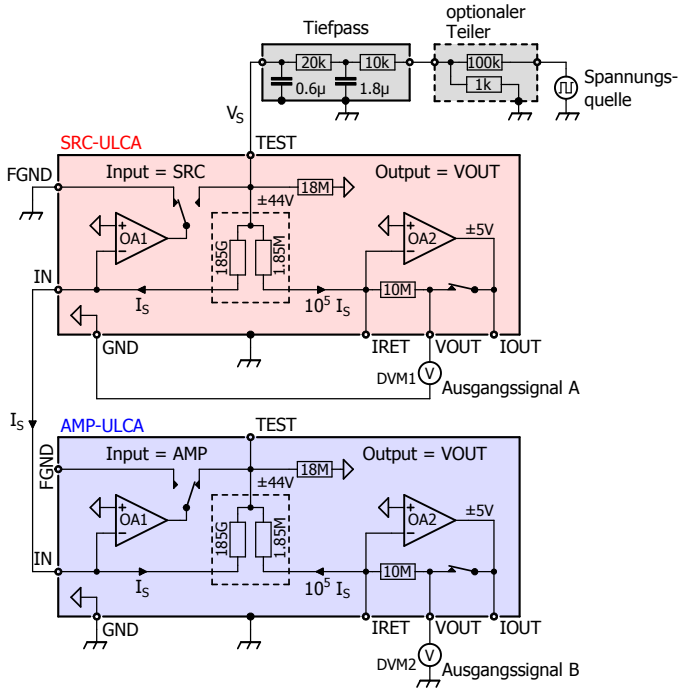
In Bild 4.6 ist der effektive Eingangsruhestrom  $I_{B,\text{eff}}$  für OA1-A und OA1-B über einen Zeitraum von 14 Tagen dargestellt. Gemessen wurde mit einer Samplerate von 16 Punkten pro Sekunde. Jeder Messpunkt in Abbildung 4.6 entspricht einer Mittelung von einer Stunde Messzeit. Die Messung wurde in einer nicht temperaturstabilisierten Umgebung durchgeführt, bei der die Spitze-Spitze-Schwankungen bei etwa 3 K lagen. In Bild 4.6(a) sind die Tag- und Nachtschwankungen der Temperatur gut zu erkennen. Für den effektiven Eingangsruhestrom  $I_{B,\text{eff}}$  von OA1-B in Abbildung 4.6(b) ist die Korrelation mit der Temperatur klar ersichtlich. Die Fluktuationen liegen bei 1.1 fA/K Spitze-Spitze und der Temperaturkoeffizienten beträgt +0.4 fA/K. Bei der OA1-A-Variante, dessen effektiver Eingangsruhestrom  $I_{B,\text{eff}}$  vergrößert aus Abbildung 4.6(c) ersichtlich ist, ließ sich keine Temperaturabhängigkeit nachweisen. Außerdem ist der gemessene Mittelwert über den Zeitraum von 14 Tagen mit ca. -20 aA sehr klein.



**Abbildung 4.6:** (a) Temperatur  $T$  und (b) effektiver Eingangsruhestrom  $I_{B,eff}$  von OA1-A und OA1-B über einen Zeitraum von 14 Tagen. Die Tag- und Nachtschwankungen der Temperatur sind deutlich sichtbar. (c) zeigt einen vergrößerten Ausschnitt des effektiven Eingangsruhestroms von OA1-A. Hier ist im Gegensatz zu OA1-B keine Temperaturabhängigkeit zu erkennen. Jeder Messpunkt stellt eine Integration über einen Zeitraum von einer Stunde dar ( $\tau = 1$  h).

Die bisherigen Messungen zur Verstärkercharakterisierung ohne Quellstrom zeigen, dass der neu entwickelte Low-Bias-ULCA aufgrund seines geringen Rauschpegels, des minimalen Eingangsruhestroms und der hohen Transresistanz sehr gut für die Messung kleiner Stromstärken geeignet ist. Um die Stabilität bei Kleinstrommessungen zu evaluieren, wurde ein Low-Bias-ULCA im Strom-Spannungswandler-Modus (im Folgenden als AMP-ULCA bezeichnet) mit angelegtem Signal bzw. endlichem Quellstrom getestet. Als Stromquelle wurde ein weiterer ULCA im Stromquellenmodus eingesetzt (im Folgenden als SRC-ULCA bezeichnet). Der schematische Aufbau ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Zum Zeitpunkt

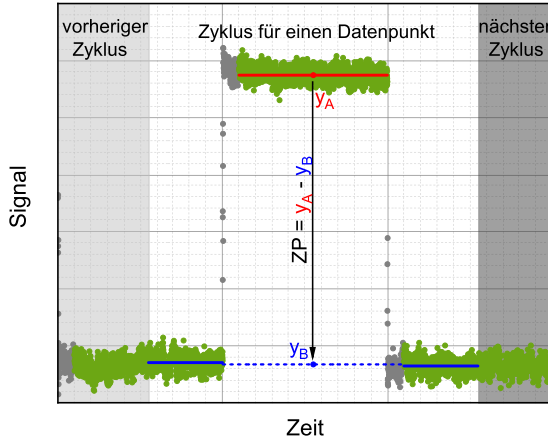
der Messung waren zwei Low-Bias-ULCA verfügbar. Somit konnten für die Stromerzeugung und die Strommessung identische Verstärker eingesetzt werden.



**Abbildung 4.7:** Kombination aus zwei Low-Bias-ULCA. Der SRC-ULCA (rot) dient als Stromquelle. Hierfür befindet sich die erste Stufe (OA1) des ULCA im SRC-Modus. Eine Spannung, die am TEST-Anschluss des SRC-ULCA angelegt wird, erzeugt einen Strom  $I_S$  an dessen IN-Anschluss und wird mit Hilfe vom AMP-ULCA (blau), der sich im AMP-Modus befindet, in eine Spannung gewandelt.

Da für die Erzeugung kleiner Stromstärken eine geringe Spannung benötigt wird, ist der Einsatz eines präzisen Spannungsteilers sinnvoll. Hierdurch verringern sich die Anforderungen an die verwendete Spannungsquelle. Im Anschluss an die Spannungserzeugung erfolgt eine Filterung mittels Tiefpass, um mögliche hochfrequente Störungen zu unterdrücken. Die Grenzfrequenz des Filters liegt dabei bei etwa 5.2 Hz.  $V_S$  ist in Abbildung 4.7 die Spannung, die nach dem Filter am TEST-Anschluss des SRC-ULCA anliegt. Durch den SRC-Modus der ersten Stufe (OA1) des SRC-ULCA entsteht an dessen Eingang IN ein Strom  $I_S = V_S / 185 \text{ G}\Omega$ . Gleichzeitig fließt im niederohmigen Teil des Widerstandsnetzwerks der 100 000-fache Strom  $10^5 I_S = V_S / 1.85 \text{ M}\Omega$ . Dieser erzeugt mit Hilfe der Ausgangsstufe OA2 und  $R_{IV} = 10 \text{ M}\Omega$  eine Spannung  $V_1 = 10^5 I_S R_{IV}$ , die am VOUT-Anschluss gegen GND als Ausgangssignal A mittels Voltmeter DVM1 gemessen wird. Der vom SRC-ULCA erzeugte Strom  $I_S$  fließt in den Eingang des AMP-ULCA

und wird über dessen Transresistanz in eine Spannung gewandelt. Diese Spannung wird mittels DVM2 am VOUT-Anschluss des AMP-ULCA gegen GND als Ausgangssignal B gemessen. Der erzeugte Strom  $I_S$  ergibt sich bei der Messung aus dem Ausgangssignal A des SRC-ULCA geteilt durch dessen Transresistanz  $A_{TR,SRC}$ . Analog ergibt sich der gemessene Strom  $I_{AMP}$  aus dem Ausgangssignal B des AMP-ULCA und dessen Transresistanz  $A_{TR,AMP}$ . Die Unsicherheit der Differenz  $\Delta I = I_{AMP} - I_{SRC}$  entspricht der gesamten Messunsicherheit. Ist der Unsicherheitsbeitrag beider Low-Bias-ULCA gleich, so erhöht sich die Gesamtunsicherheit des Messaufbaus um den Faktor  $\sqrt{2}$  gegenüber der Unsicherheit des einzelnen ULCA.



**Abbildung 4.8:** Zyklus zur Bestimmung eines Messpunkts bzw. Zykluspunkts (ZP) bei Stromumkehr. Der Messpunkt ergibt sich aus dem Mittelwert der zweiten Hälfte des ersten Minusplateaus (erste blaue Linie), dem Mittelwert des kompletten Plusplateaus (rote Linie) und dem Mittelwert der ersten Hälfte des dritten Plateaus (zweite blaue Linie). Um Einschwingeffekte zu unterdrücken, wird nach jeder Stromumkehr der Anfang eines Plateaus verworfen (graue Punkte), so dass nur die grünen Datenpunkte verwendet werden.

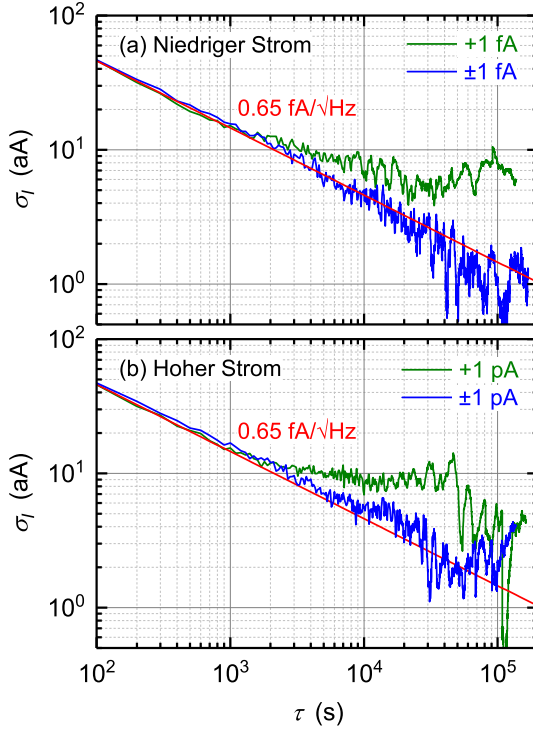
Bei präzisen Gleichstrommessungen, wie der hier angestrebten, ist das Verwenden von Stromumkehr gängige Praxis. Sowohl niederfrequentes Rauschen als auch der Offset wird durch dieses Verfahren unterdrückt. Die Stromumkehr erfolgt dabei typischerweise bei niedrigen Frequenzen. Um aus den Rohdaten Messwerte zu erzeugen, wird die volle Signalamplitude (d.h. die Differenz zwischen den Ausgangspegeln bei beiden Polaritäten) berücksichtigt. Zur Bestimmung der Amplitude wird ein Standardalgorithmus verwendet, der aus drei "Plateaus" einen Messpunkt berechnet, der den benachbarten  $-/+/-$ -Sequenzen der Daten entspricht. In Abbildung 4.8 ist dies schematisch dargestellt. So kann beispielsweise der Mittelwert der zweiten Hälfte des ersten Plateaus, der Mittelwert des kompletten zweiten Plateaus und der Mittelwert der ersten Hälfte des dritten Plateaus zur

Erzeugung eines Messpunktes verwendet werden. Um Einschwingeffekte zu unterdrücken, werden die Transienten nach jeder Stromumkehrung entfernt. Leider ist das Verwenden von Stromumkehr oder An- und Abschalten nicht immer möglich, weshalb die Messungen an den Low-Bias-ULCA sowohl mit als auch ohne Stromumkehr durchgeführt wurden. Im Fall mit Stromumkehr wurde der beschriebene Algorithmus zur Datenauswertung verwendet, während ohne Stromumkehr die Rohdaten direkt verwendet wurden.

Für die Messungen nach Abbildung 4.7 wurden die Ausgangssignale mit Voltmetern vom Typ 3458A gemessen. Die Parameter für die 3458A wurden so gewählt, dass eine maximale Ausnutzung der Messzeit bei höchster Stabilität gegeben ist. Die Integrationszeit innerhalb des Gerätes wurde auf 1 Power-Line-Cycle (PLC) gesetzt, was 20 ms bzw. maximal 50 Samples pro Sekunde (Sa/s) entspricht. Durch Datenübertragung bzw. interne Berechnung reduziert sich die maximal mögliche Samplingrate allerdings auf 47 Sa/s. Alle zwei Sekunden erfolgte ein Auto-Zero des Gerätes. Die Spannungserzeugung erfolgte mit einer Datenerfassungskarte von National Instruments vom Typ NI-6211. Die Synchronisierung zwischen den beiden verwendeten 3458A und der NI-6211-Karte erfolgte über das Bereitstellen eines Triggersignals aus der Datenerfassungskarte. Synchronisiert wurde alle 50 s, was im Fall mit Stromumkehr dem Zeitpunkt des Polaritätswechsels entsprach. Während der Messung wurden zusätzlich die Temperaturfluktuationen mittels NI-6211-Karte aufgezeichnet, um mögliche Korrelationen später zu berücksichtigen. Die Schwankungen beliefen sich auf etwa 1 K Spitze-Spitze und wurden bei der Datenauswertung nicht berücksichtigt, um die Eigenschaften unter widrigen Laborbedingungen abzubilden.

Die Messungen wurden mit 1 fA (geringe Aussteuerung des Verstärkers) und 1 pA (hohe Aussteuerung des Verstärkers) durchgeführt. Abbildung 4.9(a) zeigt das Ergebnis für 1 fA. Bei diesem geringen Strom ist die Unsicherheit durch Rauschen und Drift dominiert, da die Fluktuation der Transresistanz  $A_{TR}$  zu einem vernachlässigbaren Unsicherheitsbeitrag von  $\ll 1$  aA führt. Bei der Messung ohne Stromumkehr zeigt sich ein Minimum der Allan-Deviation bei  $\tau \approx 8$  h mit etwa 6 aA. Dies ist verursacht durch das  $1/f$ -Rauschen und die begrenzte Stabilität des Eingangsruhestroms. Für den Fall mit Stromumkehr ist das Rauschen, wie zu erwarten, über den ganzen Bereich von  $\tau$  weiß.[42] Für eine Integrationszeit von  $\tau = 15$  h ergibt sich eine Unsicherheit von 2 aA. Dies entspricht 1.4 aA für jeden der beiden Low-Bias-ULCA. Ausgehend vom effektiven weißen Stromrauschen des Low-Bias-ULCA von  $0.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  ergibt sich ein Erwartungswert von  $\sqrt{2} \cdot 0.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}} = 0.57 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  für das weiße Rauschniveau ohne Stromumkehr. Im Fall mit Stromumkehr erhöht sich der Erwartungswert zu  $(0.57/\sqrt{0.9}) \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}} = 0.6 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Die Erhöhung ergibt sich aus der Verwerfung von 10 % der Messdaten am Anfang jeder Polaritätsänderung, durch die Einschwingeffekte während der ersten 5 Sekunden unterdrückt werden (90 % Datennutzung). Die experimentell bestimmten Werte für das weiße Rauschen liegen mit  $0.65 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  etwas höher. Dies lässt sich wahrscheinlich auf Aliasingeffekte der 3458A-Voltmeter zurückführen. Ein Einfluss des rauscharmen Verbindungskabel von 1 m Länge zwischen den beiden Low-Bias-ULCA konnte nicht nachgewiesen werden.





**Abbildung 4.9:** Allan-Deviation  $\sigma_I$  der Differenz  $\Delta I = I_{\text{AMP}} - I_{\text{SRC}}$  zwischen dem mittels SRC-ULCA erzeugten Strom und dem mittels AMP-ULCA gemessenen Strom. (a) zeigt den niedrigen Strom mit  $+1 \text{ fA}$  bzw.  $\pm 1 \text{ fA}$  und (b) den hohen Strom mit  $+1 \text{ pA}$  bzw.  $\pm 1 \text{ pA}$ . Beim Fall mit Stromumkehr erfolgte der Polaritätswechsel alle 50 s. Zur Unterdrückung von Einschwingeffekten wurden von diesen 5 s verworfen. Die Ausgangssignale wurden mit Voltmetern vom Typ 3458A erfasst. Die roten Kurven zeigen weißes Rauschen unter Berücksichtigung von Gleichung (4.4).

Bei hoher Stromstärke (im Vergleich zum Aussteuerbereich des Low-Bias-ULCA) von  $+1 \text{ pA}$  bzw.  $\pm 1 \text{ pA}$  ist der Einfluss der niederfrequenten Fluktuationen der Transresistanz des Low-Bias-ULCA nicht mehr vernachlässigbar. Dies ist in Abbildung 4.9(b) ersichtlich, wo auch für den Stromumkehrfall die Allan-Deviation zu längeren Zeiten hin ansteigt. Dennoch wird für  $\pm 1 \text{ pA}$  eine Unsicherheit weit unterhalb von  $10 \text{ aA}$  erreicht, was einer relativen Unsicherheit von unter  $10 \mu\text{A}/\text{A}$  entspricht. Zu berücksichtigen ist, dass die gemessenen Daten keinerlei systematische Unsicherheiten (Typ B) beinhalten. Somit wurde die Nichtlinearität der Widerstandsnetzwerke und die Genauigkeit bei der Kalibrierung der Voltmeter hier nicht betrachtet. Typischerweise werden diese Unsicherheitsbeiträge mit weniger als  $10 \mu\text{A}/\text{A}$  angenommen.[33]

Der Low-Bias-ULCA eignet sich durch seinen sehr niedrigen Eingangsruhestrom sowie sein minimales Stromrauschen und die hohe Transresistanz hervorragend zur Messung von Stromstärken im Femtoampere- bis Pikoamperebereich (max.  $\pm 5$  pA). Bedarf zum Messen von solchen Stromstärken gibt es zum Beispiel bei der Detektion von ionisierender Strahlung, zur Staubkonzentrationsmessungen und in der Aerosolelektrometrie. [43] Ferner lässt sich der Low-Bias-ULCA durch sein geringes Eigenrauschen ideal zur Untersuchung von Messaufbauten bezüglich des Stromrauschverhaltens verwenden. Im Gegensatz zu anderen auf minimales Rauschen optimierten Stromverstärkern weist der Low-Bias-ULCA eine sehr hohe Stabilität und eine extrem niedrige  $1/f$ -Eckfrequenz auf. So können auch problemlos Rauschuntersuchungen bei niederen Frequenzen durchgeführt werden. Hierauf wird in Kapitel 6 eingegangen, wo als Anwendungsbeispiel für die Low-Bias-Variante des ULCA solche Rauschuntersuchungen an Verbindungskabeln für Niederstrommessaufbauten thematisiert sind.

## 5 Rauschoptimierter ULCA mit höchster Stabilität

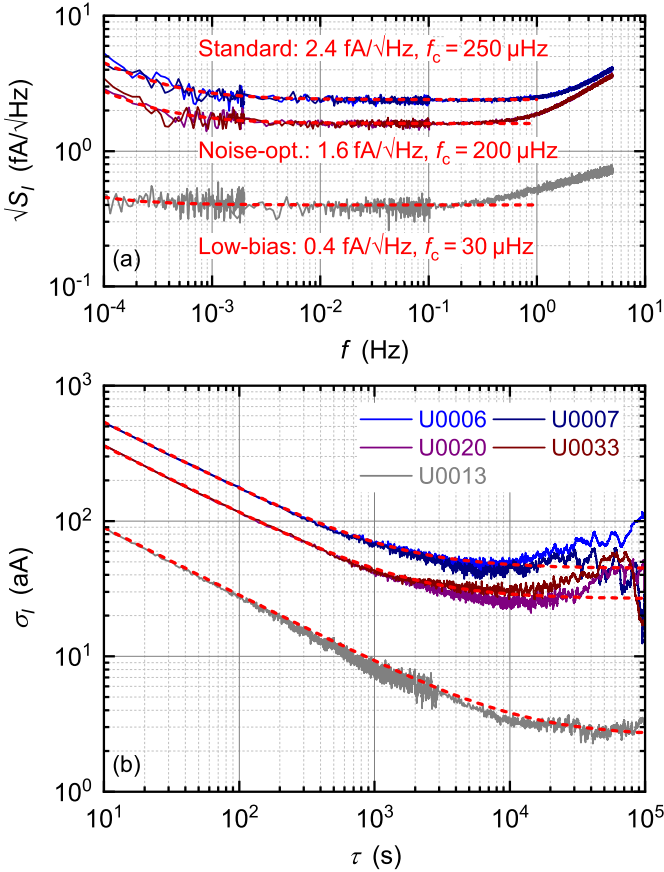
Das Verstärkerrauschen ist bei kleinen Stromstärken von entscheidender Bedeutung, da sich hier typischerweise sehr lange Messzeiten ergeben. Bleibt die Stabilität bei verringertem Rauschen erhalten, bedeutet dies eine Reduktion der Messzeit für eine geforderte Unsicherheit bzw. eine geringere Unsicherheit bei gleicher Messzeit. Im vorangehenden Kapitel wurde die Low-Bias-Variante des ULCA vorgestellt, bei der das Rauschen auf Kosten der Stabilität minimiert wurde. Für Anwendungen mit hoher Genauigkeit, z.B. die Charakterisierung von SEP, wurde eine rauschoptimierte Variante des ULCA mit dem Ziel entwickelt, höchste Stabilität bei minimalem Rauschen zu ermöglichen. Im Folgenden wird diese Neuentwicklung vorgestellt und mit dem Standard-ULCA bezüglich Rauschen und Stabilität verglichen. Bei der Stabilität wird dabei sowohl auf das Kurzzeit- als auch das Langzeitverhalten eingegangen. Ferner werden Methoden vorgestellt, die eine Stabilitätsuntersuchung bei kleinen Stromstärken ohne CCC ermöglichen. Der Inhalt dieses Kapitels wurde in [32] veröffentlicht.

### 5.1 Rauschoptimierung bei maximaler Stabilität

Wie bereits in Kapitel 4 beschrieben, wird das Verstärkerrauschen des ULCA durch thermisches Rauschen im Widerstand  $R$  des hochohmigen Pfades des Netzwerks dominiert. Für die in Kapitel 3 diskutierte Standard-Variante des ULCA beträgt  $R = 3\text{ G}\Omega$  und wird durch eine Reihenschaltung von  $2\text{ M}\Omega$ -Dünnschicht-Chipwiderständen der Bauform 0805 ( $2\text{ mm} \cdot 1.25\text{ mm}$ ) gebildet. Dies führt zu einem Rauschpegel von  $2.4\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ , einschließlich eines kleinen Beitrags des Eingangsverstärkers.

Um den Rauschpegel weiter zu reduzieren, ist ein höherer Widerstand  $R$  erforderlich. Dies kann durch Erhöhung des Widerstands der einzelnen Chipwiderstände und/oder durch die Erhöhung der Anzahl von Widerständen in der Reihenschaltung auf der hochohmigen Seite des Widerstandsnetzwerks erreicht werden. Natürlich ist die Erhöhung des Widerstandswertes der einzelnen Chipwiderstände leichter zu implementieren als die Erhöhung der Widerstandszahl, da letzteres einen kompletten Neuentwurf des Netzwerks erforderlich macht. Durch die geforderte maximale Stabilität können für das Netzwerk nur Chipwiderstände basierend auf Dünnschichttechnologie verwendet werden. Da der Standard-ULCA bereits den höchsten verfügbaren Widerstandswert von  $2\text{ M}\Omega$  pro Chipwiderstand verwendete, musste das Netzwerk zur Minimierung des Rauschpegels bei höchster Stabilität neu entworfen werden. Das neue Netzwerkdesign bietet wie das alte Design eine Stromverstärkung von 1000 unter Verwendung der Bauform 0805. Die Verbesserung besteht in der Erhöhung der Widerstandsanzahl von etwa 3000 auf 4000. Die zusätzlichen 1000 Widerstände wurden auf der hochohmigen Seite platziert, um eine Reihenschaltung von 2500 Widerständen zu erhalten. Mit  $2\text{ M}\Omega$  pro Widerstand ergibt sich somit ein Gesamtwiderstand  $R = 5\text{ G}\Omega$ . Zum Zeitpunkt der Fertigstellung des Neuentwurfs brachte die Firma Susumu 0805-Dünnschicht-Chipwiderstände mit  $2.7\text{ M}\Omega$  auf den Markt. Das neue Netzwerkdesign

in Kombination mit den  $2.7\text{ M}\Omega$ -Widerständen führte zu einer Widerstandserhöhung auf  $R = 6.75\text{ G}\Omega$  und einem entsprechend reduzierten Rauschpegel von  $1.6\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . [32]



**Abbildung 5.1:** (a) Spektrale Dichte (b) Allan-Deviation von drei ULCA-Varianten: Standard-ULCA (Gerät U0006 & U0007), rauschoptimierter (noise-opt.) ULCA (Gerät U0020 & U0033) und Low-Bias-ULCA (Gerät U0013). U0013 zeigt aufgrund des Dickschichtwiderstandsnetzwerks mit  $R = 185\text{ G}\Omega$  den kleinsten Rauschpegel. Durch die Dickschichttechnologie ist die Stabilität jedoch um etwa Faktor 100 schlechter als bei den beiden anderen Varianten. Die rot gestrichelten Linien zeigen Approximationen für die Kombination aus weißem und  $1/f$ -Rauschen.

Abbildung 5.1 zeigt das Rauschverhalten des Standard-ULCA [30] mit  $R = 3\text{ G}\Omega$  (U0006 und U0007) und das Rauschverhalten der neuen rauschoptimierten Variante mit  $R = 6.75\text{ G}\Omega$  (U0020 und U0033). Um externe Einstreuung zu verhindern,

wurden alle in Abbildung 5.1 gezeigten Messungen mit Abdeckkappe am Eingang durchgeführt. In (a) sind die spektralen Dichten von 0.1 mHz bis 5 Hz dargestellt. Abbildung 5.1(b) zeigt die entsprechenden Allan-Deviation für die Messzeit  $\tau$  zwischen 10 s und  $10^5$  s. Eine Approximation für weißes und  $1/f$ -Rauschen ist jeweils durch rote gestrichelte Linien gegeben. Sie sind gemäß Gleichung 4.2 und Gleichung 4.4 aus Kapitel 4.2 bestimmt. Wie erwartet, ist der weiße Rauschpegel der rauschoptimierten Variante um den Faktor  $\sqrt{6.75 \text{ G}\Omega / 3 \text{ G}\Omega} = 1.5$  niedriger als der der Standard-Variante. In der Praxis reduziert sich dadurch die Messzeit bei kleinen Strömen um bis zu einen Faktor 2, wobei zu beachten ist, dass die Standard- und rauschoptimierte Varianten nahezu gleiche  $1/f$ -Eckfrequenzen aufweisen. Wie später noch gezeigt wird, weisen beide ULCA-Varianten unabhängig vom Rauschpegel auch nahezu die gleiche Stabilität und Genauigkeit auf.

Der niedrigste ULCA-Rauschpegel wird natürlich mit der Low-Bias-Variante aus Kapitel 4 erzielt. Zum Vergleich ist deshalb die Low-Bias-Variante mit dem Dickschichtwiderstandsnetzwerk von  $R = 185 \text{ G}\Omega$  zusätzlich eingezeichnet (graue Kurve). Der Wert liegt bei  $0.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  mit einer extrem niedrigen  $1/f$ -Ecke von etwa  $30 \text{ }\mu\text{Hz}$ . Aufgrund der für das Widerstandsnetzwerk verwendeten Dickschichttechnologie ist diese Variante allerdings gegenüber den beiden anderen Varianten bezüglich Genauigkeit und Stabilität um etwa zwei Größenordnungen schlechter.[37]

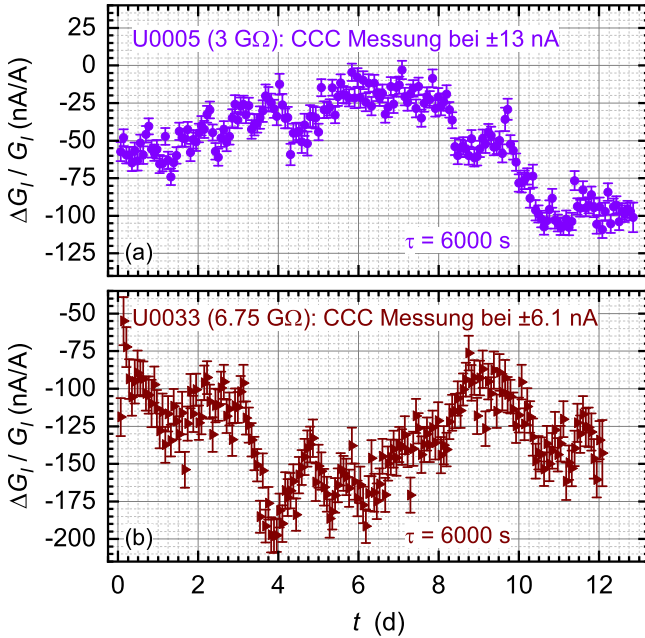
## 5.2 Stabilitätsuntersuchungen mittels CCC

Um die Kalibrierunsicherheit zu minimieren, werden beim ULCA die Eingangs- und Ausgangsstufen wie in Kapitel 3 beschrieben separat mit einem CCC kalibriert.[27, 42] Für die Kalibrierung der Eingangsstufe werden relativ große Kalibrierströme angelegt, um das Signal-Rausch-Verhältnis zu verbessern. Der Maximalwert ist durch den Eingangsspannungsbereich von  $\pm 44 \text{ V}$  geteilt durch den Widerstand  $R$  festgelegt. Daher wird die Eingangsstufe der rauschoptimierten ULCA-Variante mit einem niedrigeren Strom kalibriert ( $\pm 6.1 \text{ nA}$  statt  $\pm 13 \text{ nA}$  gemäß dem Widerstandsverhältnis  $3 \text{ G}\Omega / 6.75 \text{ G}\Omega$ ). Dies erhöht die Kalibrierunsicherheit von  $G_I$  von  $0.01 \text{ }\mu\text{A}/\text{A}$  auf  $0.02 \text{ }\mu\text{A}/\text{A}$ . Die Kalibrierunsicherheit der Ausgangsstufe beträgt für beide Varianten  $0.01 \text{ }\mu\Omega/\Omega$ , da die Ausgangsstufen baugleich sind und der gleiche Kalibrierstrom von  $\pm 0.5 \text{ }\mu\text{A}$  verwendet wird.

Während einer Kalibrierung wird der Strom periodisch umgekehrt. Die Messpunkte ergeben sich dabei nach dem gleichen Algorithmus wie er in Kapitel 4.3 beschrieben und in Bild 4.8 dargestellt ist. Auch bei den folgenden Stabilitätsuntersuchung wurde diese Analysemethode verwendet.

Um die neue rauschoptimierte ULCA-Variante hinsichtlich der Stabilität zu beurteilen, wurde sie mit der Standard-Variante verglichen. Dabei wurde sowohl die Kurzzeit- als auch die Langzeitstabilität mittels CCC untersucht. Zur Untersuchung der Kurzzeitstabilität, d.h. Schwankungen über einen Zeitraum von etwa zwei Wochen, kam der für Kalibrierungen an der PTB verwendete 14-Bit-CCC zum Einsatz. In Bezug auf die Stabilität ist die Eingangsstufe ( $G_I$ ) aufgrund des hohen Widerstandes  $R$  und der entsprechend niedrigen Strompegel kritischer als die Ausgangsstufe. Bei der Ausgangsstufe ist der Strompegel um den Faktor tausend größer, wodurch eine Widerstandstechnologie verwendet werden konnte,

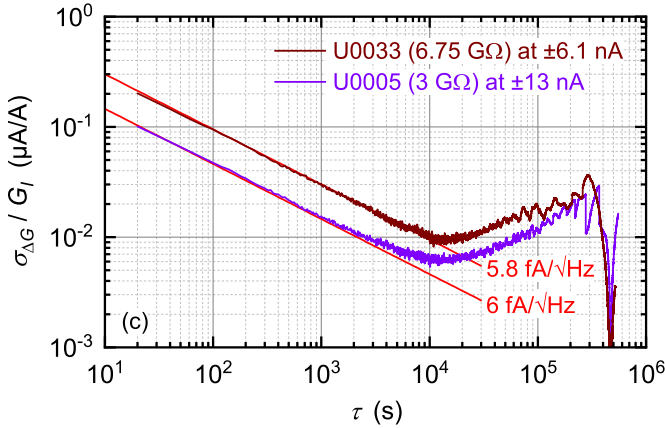
die eine weitaus höhere Stabilität aufweist. Aus diesem Grund wurden die Eingangsstufen der Standard-Variante U0005 mit  $R=3\text{ G}\Omega$  und der rauschoptimierten Variante U0033 mit dem neuen Widerstandsnetzwerk  $R=6.75\text{ G}\Omega$  untersucht. Der 14-Bit-CCC kann im Akkumodus maximal einen Tag betrieben werden. Dies ist für die 100-minütige ULCA-Kalibrierung bei weitem ausreichend. Für die Messung von Kurzzeitschwankungen im Zeitraum von Tagen bis Wochen muss jedoch der Netzbetrieb verwendet werden. Abbildung 5.2 zeigt eine solche Stabilitätsmessung für den rauschoptimierten ULCA im Vergleich zur Standard-Variante. Jeder Datenpunkt erstreckt sich über eine Integrationszeit von  $\tau=6000\text{ s}$ , was der Dauer einer regulären Kalibrierung entspricht. Die gesamte Messdauer betrug für jeden ULCA knapp zwei Wochen. Das Niveau der Schwankungen liegt in der Größenordnung eines Teils in  $10^7$  ( $0.1\text{ }\mu\text{A/A}$ ). Wie aus der Differenz der Messströme zu erwarten ist, weist U0033 größere Schwankungen auf als U0005.



**Abbildung 5.2:** Stabilitätsmessung mittels 14-Bit-CCC von  $G_I$  für zwei ULCA-Varianten: (a) Standard-Variante U0005 ( $R=3\text{ G}\Omega$ ) und (b) rauschoptimierte Variante U0033 ( $R=6.75\text{ G}\Omega$ ). Die relativen Änderungen  $\Delta G_I / G_I$  beziehen sich auf eine reguläre Kalibrierung vor der Messung. Aufgrund der langen Messzeit wurde der CCC im Netzbetrieb und nicht wie bei Kalibrierungen üblich im Akkumodus betrieben.

Die relativen Änderungen  $\Delta G_I / G_I$  in Abbildung 5.2 beziehen sich auf eine Kalibrierung im Akkubetrieb vor der Messung. Es wurde beobachtet, dass das Wech-

seln in den Netzbetrieb den Wert von  $\Delta G_I / G_I$  für U0005 um etwa  $-50 \text{ nA/A}$  bzw. für U0033 um etwa  $-100 \text{ nA/A}$  verschoben hat. Dies ist vermutlich durch elektromagnetische Einstreuungen verursacht, die von der Akkuladeschaltung erzeugt und durch den supraleitenden Quanteninterferenzdetektor (SQUID) heruntergemischt werden.[42] Das Unsicherheitsbudget der Kalibrierung geht von einer rechteckförmigen Verteilung des Fehlerflusses innerhalb  $\pm 0.5 \mu\Phi_0$  aus, wobei  $\Phi_0$  das Flussquantum darstellt. Dieser Wert wurde aus den Nichtlinearitätsmessungen in Referenz [42] abgeleitet. Er impliziert einen Fehlerstrom innerhalb von etwa  $\pm 350 \text{ aA}$  für die 16000 Windungen der CCC-Wicklung, die an den ULCA-Eingang angeschlossen sind. Die Verschiebung von  $\Delta G_I / G_I$  in Abbildung 5.2 durch das Laden der Akku entspricht einem Spitze-Spitze-Fehlerstrom von etwa  $1.4 \text{ fA}$ , also einem Fehlerfluss von rund  $2 \mu\Phi_0$ . Es ist unklar, ob durch das Heruntermischen auch die Stabilitätsuntersuchung beeinträchtigt wird. Daher könnte die intrinsische ULCA-Stabilität sogar besser sein als in Abbildung 5.2 dargestellt.



**Abbildung 5.3:** Allan-Deviation der Stabilitätsmessung aus Abbildung 5.2 für U0005 und U0033. Die roten Linien zeigen jeweils den weißen ULCA-Rauschpegel einschließlich CCC.

Abbildung 5.3 zeigt die Allan-Deviation der Stabilitätsmessdaten aus Bild 5.2. Aufgrund des kleineren Kalibrierstroms ist die relative Unsicherheit von U0033 höher als die von U0005. Die roten Linien stellen den entsprechenden weißen Rauschpegel gemäß Gleichung 4.4 aus Kapitel 4 dar. Dieser ist durch das Rauschen vom CCC dominiert. Durch Subtraktion des ULCA-Rauschbeitrags ergibt sich für den CCC ein Rauschpegel von  $5.6 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Dies ist nahe dem typischen Wert von  $5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ , der in Referenz [33] angegeben ist.

In Bezug auf die Langzeitstabilität wurde seit der Inbetriebnahme der ersten ULCA-Prototypen im Jahr 2014 eine große Anzahl von Kalibrierungen an verschiedenen ULCA durchgeführt. Basierend auf diesen Kalibriermessungen ergibt sich Abbildung 5.4. Sie zeigt Kalibrierergebnisse für sieben ULCA innerhalb eines Zeitraums von etwa vier Jahren und ermöglicht eine Aussage über die Langzeit-

stabilit. Jeder Datenpunkt repräsentiert eine Kalibrierung, die mit einem 12-Bit- oder 14-Bit-CCC durchgeführt wurde.[44, 45] Zusätzlich wurde für jeden Datenpunkt das entsprechende ULCA-Erstkalibrierergebnis subtrahiert, um einen Vergleich aller Geräte in einem Diagramm zu ermöglichen. Fünf der sieben abgebildeten ULCA sind Standard-Varianten mit  $R = 3 \text{ G}\Omega$ , die zwischen 2014 und 2015 in Betrieb genommen wurden. Die Kalibriereserie der beiden rauschoptimierten Prototypen U0020 und U0033 ( $R = 6.75 \text{ G}\Omega$ ) begann Ende 2017. Die relative Abweichung in Bezug auf die Anfangskalibrierung ist in (a) für die Stromverstärkung in der Eingangsstufe  $\Delta G_I/G_I$ , in (b) für den Widerstand in der Ausgangsstufe  $\Delta R_{IV}/R_{IV}$  und in (c) für die gesamte Transresistanz  $\Delta A_{TR}/A_{TR}$  dargestellt.

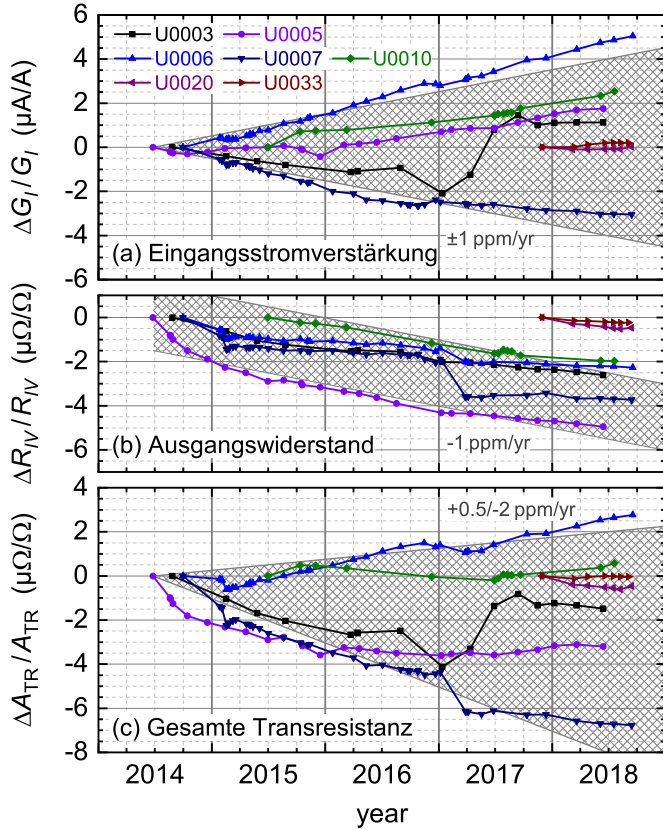
Die Stromverstärkungsdrift der ULCA in Abbildung 5.4(a) liegt typischerweise innerhalb von  $\pm 1 \text{ }\mu\text{A/A}$  pro Jahr (graues Gitter). U0003 zeigt jedoch eine große Änderung im Jahr 2017. Das lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass das Widerstandsnetzwerk bei diesem ULCA der allererste Prototyp des ersten endgültigen Designs war. Bei diesem Prototyp wurden die Widerstände von Hand platziert und gelötet. Alle anderen Netzwerke wurden mit einem Bestückungsautomaten bestückt und anschließend mittels Reflowofen gelötet. Das Handlöten ist im Vergleich zu einer automatisierten Bestückung in Kombination mit einem Reflowofen weniger gleichmäßig. Somit ist die thermische Belastung der einzelnen Widerstände höher und die Streuung zwischen den Widerständen größer. Starke Unterschiede in den Relaxationsprozessen der einzelnen Widerstände und deren jeweiliges Alterungsverhalten können die Stabilität der Stromverstärkung erheblich verschlechtern. Dies könnte die schlechtere Langzeitstabilität dieser Eingangsstufe erklären.

In Abbildung 5.4(b) ergibt sich mit Hilfe des grauen Gitters für  $\Delta R_{IV}/R_{IV}$  eine typische negative Drift von  $-1 \text{ }\mu\Omega/\Omega$  pro Jahr. Ausnahme bilden einige Diskontinuitäten, welche später diskutiert werden. Für alle dargestellten ULCA ist  $R_{IV} = 1 \text{ M}\Omega$  durch einen Satz von 14 in Reihe geschalteten Vishay VHP101 Folienwiderständen realisiert. Da die ULCA-Ausgangsstufe maximal  $\pm 5 \text{ V}$  zur Verfügung stellt, ergibt sich eine maximale Spannung an jedem der 14 Widerstände von  $0.36 \text{ V}$  und daraus resultierend eine Leistung von maximal  $1.8 \text{ }\mu\text{W}$  pro Widerstand. Bei dieser geringen Leistung kann leistungslose Stabilität (shelf life stability) angenommen werden. Laut Datenblatt ist diese Stabilität typischerweise  $\pm 2 \text{ }\mu\Omega/\Omega$  nach 6 Jahren, was einer mittleren jährlichen Drift von bis zu  $\pm 0.33 \text{ }\mu\Omega/\Omega$  entspricht.[29] Die Ursache für die Diskrepanz zwischen der Datenblattangabe des Herstellers und der beim ULCA beobachteten Drift wurde noch nicht gefunden.

Abbildung 5.4(c) zeigt die Änderung von  $A_{TR}$ , berechnet aus den Kalibrierdaten für  $G_I$  und  $R_{IV}$ . Da die jährliche Drift von  $G_I$  zwischen  $\pm 1 \text{ }\mu\text{A/A}$  streut und die Drift von  $R_{IV}$  negativ ist, liegt die resultierende jährliche Drift für  $A_{TR}$  zwischen  $+0.5 \text{ }\mu\Omega/\Omega$  und  $-2 \text{ }\mu\Omega/\Omega$  (graues Gitter).

Aus den Messdaten für die neuen rauschoptimierten Varianten U0020 und U0033, die seit Ende 2017 regelmäßig kalibriert wurden, lässt sich ein bemerkenswert stabiles Verhalten sowohl für  $G_I$  als auch für  $R_{IV}$  ableiten. Ob dieses Verhalten weiter besteht, müssen zukünftige Kalibrierungen zeigen. Es ist jedoch anzunehmen, dass sich durch "Ablagerung" der Widerstände mit der Zeit nicht verschlechtert.





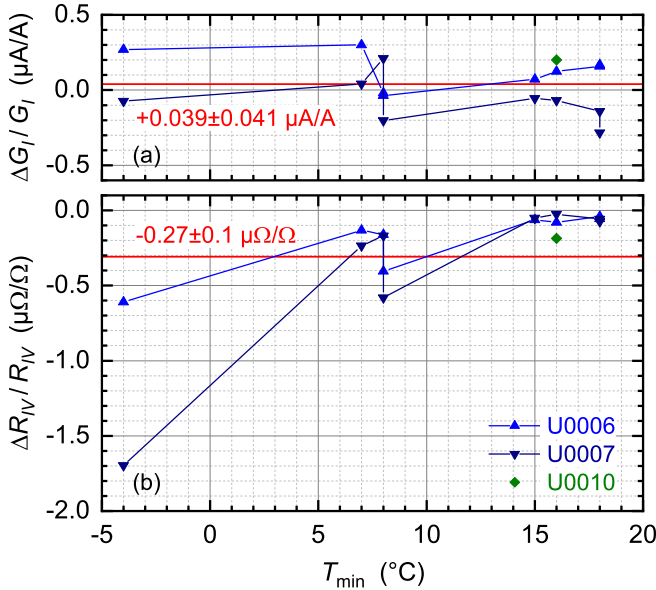
**Abbildung 5.4:** Langzeitstabilität über einen Zeitraum von fünf Jahren: (a) Stromverstärkung der Eingangsstufe, (b) Widerstand der Ausgangsstufe und (c) gesamte Transresistanz. Alle Größen stellen die relative Abweichung von der Anfangskalibrierung dar. Mit Ausnahme der rauschoptimierten Varianten U0020 und U0033 handelt es sich generell um Standard-ULCA.

Die drei ULCA U0006, U0007 und U0010, deren Kalibrierdaten in Abbildung 5.4 dargestellt sind, wurden an verschiedene NMI (Nationale Metrologie Institute) weltweit geschickt. Dort wurden entweder Messungen mit ihnen durchgeführt oder sie wurden für internationale Vergleiche verwendet. Insgesamt gab es acht Rundreisen zwischen der PTB und anderen NMI (siehe Tabelle 5.1). Dadurch ergibt sich die Möglichkeit, den Einfluss des Reisens auf die Stabilität zu untersuchen. Bei U0006 und U0007 handelt es sich um einen Zwei-Kanal-ULCA, bei dem beide Kanäle im gleichen Gehäuse untergebracht sind. Somit sind beide Kanäle immer den gleichen Umgebungsbedingungen ausgesetzt.

**Tabelle 5.1:** Änderung von  $G_I$ ,  $R_{IV}$  und  $A_{TR}$  nach internationalem Transport zu verschiedenen NMI weltweit. Die Abkürzungen DE, UK, FR, FI, CH, KR und TR beziehen sich auf die Länder und das entsprechende NMI: Deutschland (PTB), Großbritannien (NPL), Frankreich (LNE), Finnland (MIKES), Schweiz (METAS), Korea (KRISS) und Türkei (TÜBİTAK). Jede Kalibrierung wurde am Start- und Endpunkt der Reise mit einem 14-Bit-CCC (DE) bzw. einem 12-Bit-CCC (alle anderen Standorte) durchgeführt.

ULCA	Reise	Trans.	Datum	Zeit zw. Kal. (weeks)	$T_{\text{min}}$ (°C)	$T_{\text{max}}$ (°C)	$\Delta G_I/G_I$ ( $\mu\text{A}/\text{A}$ )	$\Delta R_{IV}/R_{IV}$ ( $\mu\Omega/\Omega$ )	$\Delta A_{TR}/A_{TR}$ ( $\mu\Omega/\Omega$ )
U0006	DE/UK/DE	Luftfracht	02/15	2	8	25	-0.036	-0.404	-0.44
U0007							-0.202	-0.581	-0.783
U0006	DE/FR/DE	Auto	03-04/15	5	18	26	0.158	-0.04	0.118
U0007							-0.142	-0.057	-0.199
U0006	DE/FI	Auto	11/15	3	16	28	0.124	-0.079	0.045
U0007							-0.069	-0.026	-0.094
U0006	FI/DE	Luftfracht	05/16	6	18	23	0.168	-0.056	0.112
U0007							-0.284	-0.075	-0.359
U0006	DE/CH	Auto	11/16	6	8	21	-0.019	-0.1606	-0.1796
U0007				3			0.21	-0.169	0.041
U0006	CH/DE	Luftfracht	11/16	5	7	21	0.301	-0.1324	0.1686
U0007							0.042	-0.235	-0.193
U0006	DE/KR	Luftfracht	01/17	12	-4	25	0.27	-0.609	-0.339
U0007							-0.074	-1.697	-1.771
U0006	KR/DE	Luftfracht	05/17	6	15	25	0.072	-0.062	0.011
U0007							-0.055	-0.051	-0.105
U0010	DE/UK/DE	Luftfracht	12/16-06/17	29	12	23	0.308	-0.47	-0.162
U0010	DE/UK/DE	Luftfracht	08-09/17	4	16	28	0.201	-0.186	0.015
U0010	DE/TR/DE	Luftfracht	09/2017-05/18	37	10	30	0.561	-0.24	0.321

Der ULCA-Transport erfolgte in einem Hartschalenkoffer entweder per Luftfracht oder mit dem Auto. Während des Transports wurde die Temperatur aufgezeichnet, um den minimalen und maximalen Temperaturwert  $T_{\min}$  und  $T_{\max}$  festzuhalten. Jeder ULCA wurde am Start- und Endpunkt kalibriert. Der 14-Bit-CCC der PTB wurde für Kalibrierungen in Deutschland (DE), die 12-Bit-CCC-Version[44] in der Schweiz (CH) und in Finnland (FI) verwendet. Für die in Korea (KR) durchgeführten Kalibrierungen wurde eine kommerzielle Version[46] des 12-Bit-CCC verwendet, deren Elektronik dem 14-Bit-CCC-System gleicht. Alle erhaltenen Kalibrierwerte wurden mit Hilfe des im ULCA befindlichen Temperatursensors auf 23°C bezogen.



**Abbildung 5.5:** Relative Änderung der Eingangsstufenverstärkung  $\Delta G_I / G_I$  und des Ausgangswiderstands  $\Delta R_{IV} / R_{IV}$  während des Transports. Beide Größen sind in Abhängigkeit der minimalen Temperatur  $T_{\min}$  dargestellt. Um den Einfluss von Drift ausschließen zu können, wurden Kalibrierintervalle von mehr als 12 Wochen nicht berücksichtigt.

Tabelle 5.1 zeigt die Änderungen von  $G_I$ ,  $R_{IV}$  und  $A_{TR}$  für die Rahmen der Untersuchung transportierten ULCA. Die relativen Änderungen von  $\Delta G_I / G_I$ ,  $\Delta R_{IV} / R_{IV}$  und  $\Delta A_{TR} / A_{TR}$  wurden durch Subtraktion der Kalibrierwerte vor und nach dem Transport ermittelt. Während zwei Aufenthalten von U0010 beim NPL (die letzten beiden Rundreisen DE/UK/DE), wurde dieser ULCA auch mit dem für hochohmige Widerstände konzipierten CCC vom NPL kalibriert. Dadurch konnte eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der beiden

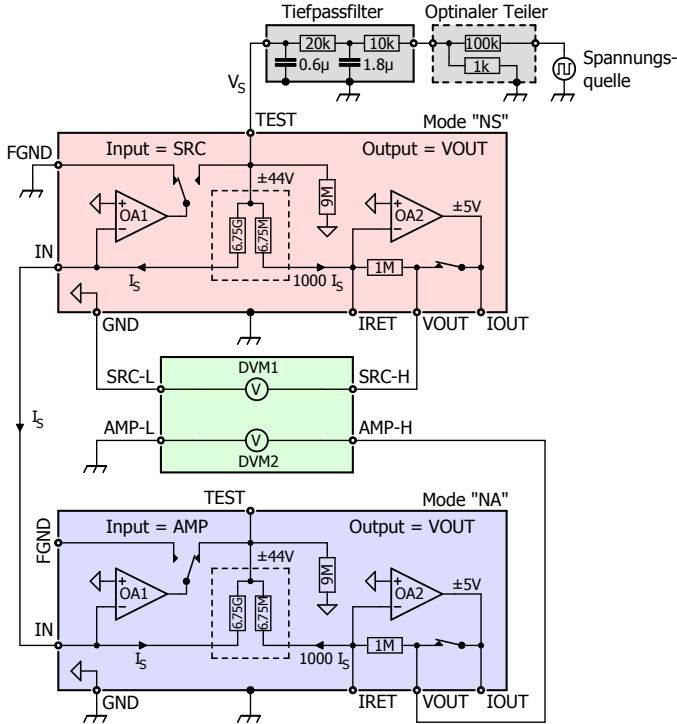
verschiedenen CCC-Systeme gezeigt werden. Diese Daten sind nicht in Tabelle 5.1 aufgeführt, aber in Referenz [36] veröffentlicht.

Aus Tabelle 5.1 geht hervor, dass sich  $G_I$  und  $R_{IV}$  typischerweise beim Transport um ein paar Teile in  $10^7$  ändern. Der Zeitabstand zwischen den Kalibrierungen vor und nach dem Transport variierte zwischen 2 und 37 Wochen. Bei längeren Zeiträumen zwischen den Kalibrierungen trägt die Drift deutlich zu den beobachteten Änderungen bei. Im Falle von  $\Delta G_I/G_I$  gibt es keine Vorzugsrichtung der Änderungen. Dies ist in Abbildung 5.5(a) ersichtlich, wo die relativen Änderungen  $\Delta G_I/G_I$  als Funktion der niedrigsten aufgezeichneten Temperatur  $T_{\min}$  während des Transports dargestellt sind. In der Grafik ist der Mittelwert von  $\Delta G_I/G_I$  als rote Linie mit Unsicherheit abgebildet. Es zeigt sich, dass der Mittelwert von  $0.039 \mu\text{A}/\text{A}$  praktisch null für die angegebene Unsicherheit von  $0.041 \mu\text{A}/\text{A}$  ist. Bei der angegebenen Unsicherheit handelt es sich um die Standardabweichung des Mittelwerts, die strenggenommen nur sinnvoll ist, wenn alle Messpunkte Stichproben der gleichen Verteilung sind. Obwohl das hier nicht gegeben ist, sollte damit dennoch ein Trend zu erkennen sein. Die durch Reisen verursachten Änderungen in  $R_{IV}$  sind im Gegensatz dazu immer negativ. Darüber hinaus scheinen die Änderungen bei niedrigeren Minimaltemperaturen  $T_{\min}$  größer zu sein. Der Mittelwert von  $\Delta R_{IV}/R_{IV}$  in Abbildung 5.5(b) ist  $(-0.27 \pm 0.1) \mu\Omega/\Omega$ . In Anbetracht der Unsicherheit ist der negative Trend deutlich erkennbar. Für den zweikanalige ULCA wurde während des Transport die niedrigste Temperatur von  $-4^\circ\text{C}$  gemessen. Dies führte zur stärksten Änderung in  $R_{IV}$ . Hierbei handelte es sich um eine zweiwöchige Verzögerung in der Zollabfertigung.

### 5.3 Messmethoden bei kleinen Stromstärken

Die Genauigkeit des CCC ist aufgrund der Nichtlinearität des SQUID und des erhöhten niederfrequenten Rauschens nicht ausreichend, um Stabilitätsuntersuchungen für Sub-Nanoampereströme durchzuführen.[42] Ferner gibt es derzeit keine Stromquellen, die eine ausreichende Genauigkeit in diesem Bereich bieten. Daher wurde zur Untersuchung der Stabilität die vorteilhafte Eigenschaft des ULCA genutzt, ihn als Stromquelle zu betreiben. Durch die Verwendung eines ULCA-Paares kann ein Strom von einem ULCA erzeugt und gleichzeitig von einem anderen gemessen werden (siehe Abbildung 4.7 in Kapitel 4.3). Natürlich ergibt eine solche Anordnung nur die kombinierte Unsicherheit des ULCA-Paars, welche bei zwei identischen Einheiten mit unkorrelierten Schwankungen für  $A_{\text{TR}}$  um den Faktor  $\sqrt{2}$  größer ist als die des einzelnen ULCA.

Der allgemeine Messaufbau ist schematisch in Abbildung 5.6 dargestellt. Gegenüber Abbildung 4.7 sind hier die beiden DVM zur besseren Übersicht innerhalb eines grün hinterlegten Rahmens gezeichnet. Der rot eingefärbte ULCA stellt die Stromquelle dar. Seine Eingangsstufe ist im SRC-Modus und die Ausgangsstufe im VOUT-Modus konfiguriert. Eine am TEST angelegte Spannung  $V_S$  am IN-Anschluss erzeugt einen Quellstrom  $I_S = V_S/R$  (mit  $R = 6.75 \text{ G}\Omega$  für die rauschoptimierte Variante) und gleichzeitig eine proportionale Spannung  $V_{\text{OUT,NS}}$  am VOUT. Der Zusatz “NS” im Index steht dabei für den normalen (N) Stromquellmodus (S). Die am TEST angelegte Quellspannung  $V_S$  ist durch einen Tiefpass



**Abbildung 5.6:** Aufbau für die Messung der relativen Stabilität ohne CCC. Der roteingefärbte ULCA fungiert als Stromquelle und der blaueingefärbte als Stromverstärker (Messgerät). Die Spannungen, die dem erzeugten und gemessenen Strom entsprechen, werden mit zwei DVM (grüne Box) gemessen. Die Gehäusepotentiale beider ULCA sind elektrisch miteinander verbunden.

gefiltert. Ferner kann für kleine Spannungspegel optional ein stabiler Spannungsteiler verwendet werden.

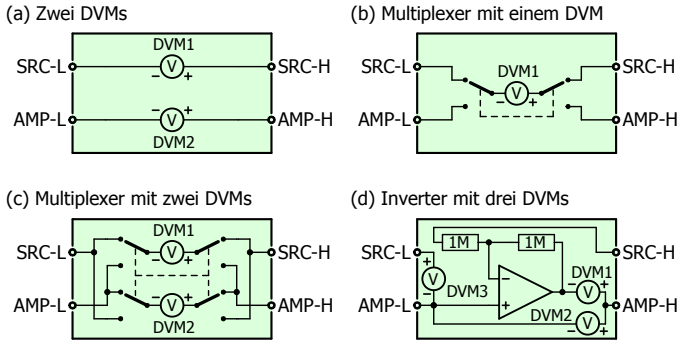
Der blau gefärbte ULCA ist der Verstärker bzw. das Messgerät. Die Eingangsstufe befindet sich im AMP-Modus und die Ausgangsstufe im VOUT-Modus. Der Quellstrom  $I_S$  fließt in den Eingang IN, was zu einer entsprechenden Spannung  $V_{\text{OUT,NA}}$  am Ausgang VOUT führt (der Index "NA" steht für den normalen Verstärkermodus). Im Idealfall ist der aktuelle Strom  $I_{S,NA} = V_{\text{OUT,NA}}/A_{\text{TR,NA}}$ , welcher vom ULCA im Verstärkermodus angezeigt wird, genau gleich dem aktuellen Strom  $I_{S,NS} = -V_{\text{OUT,NS}}/A_{\text{TR,NS}}$ , der von der ULCA-Quelle angezeigt wird, d.h.  $I_{S,NA} = I_{S,NS} = I_S$ . Abweichungen der ULCA-Kalibrierwerte sowie Fehler

durch den Messaufbau können durch einen Fehlerstrom berücksichtigt bzw. beschrieben werden:

$$\Delta I = I_{S,NA} - I_{S,NS} = \frac{V_{OUT,NA}}{A_{TR,NA}} + \frac{V_{OUT,NS}}{A_{TR,NS}} . \quad (5.1)$$

Der normierte Fehlerstrom  $\Delta I/I_S$  ist ein Maß für die Konsistenz zwischen der experimentell gemessenen und der durch die Kalibrierung erwarteten Differenz der Transresistanzen beider ULCA.

Die einfachste Methode zur Bestimmung des Fehlerstroms besteht darin, jeden ULCA-Ausgang mit einem separaten digitalen Voltmeter (DVM) zu messen. Diese Methode ist in der grün markierten Box von Abbildung 5.6 dargestellt. DVM1 misst die Spannung  $V_{OUT,NS}$  zwischen VOUT und GND des stromerzeugenden ULCA über die Anschlüsse SRC-H und SRC-L. Über die Anschlüsse AMP-H und AMP-L misst DVM2 die Spannung  $V_{OUT,NA}$  zwischen VOUT und Gehäusepotentiale. In diesem Schema wirken sich die Unsicherheiten der DVM direkt auf das Ergebnis aus. Für das mit dem Low-Bias-ULCA in Kapitel 4.3 erreichbare Genauigkeitsniveau von ca. einem Teil in  $10^5$  sind die verwendeten 3458A Voltmeter ausreichend. Die in diesem Kapitel anvisierte Genauigkeit von unter einem Teil in  $10^7$  erforderte jedoch die Entwicklung alternativer Methoden, um mit den verwendeten Voltmetern ausreichend genaue Ergebnisse zu erzielen. Abbildung 5.7 zeigt in (b)-(d) drei verbesserte Konzepte zur Bestimmung des Fehlerstroms  $\Delta I/I_S$ . Alle Methoden wurden experimentell getestet. Der Vollständigkeit halber ist die bereits erwähnte Verwendung von zwei DVM in (a) dargestellt.



**Abbildung 5.7:** Vier verschiedene Methoden zur Bestimmung des Fehlerstroms  $\Delta I$ . Methode (a) entspricht der grünen Box in Abbildung 5.6. Alle weiteren Varianten können an Stelle der grünen Box in Abbildung 5.6 eingesetzt werden. Der Inverter aus Methode (d) ist ferner detailliert in Abbildung 5.8 dargestellt.

Das Verfahren in Abbildung 5.7(b) beinhaltet ein DVM und einen Multiplexer, der das DVM abwechselnd zwischen den beiden ULCA schaltet. Erste Ergebnisse wurden in Referenz [47] vorgestellt. Da beide Signale  $V_{OUT,NA}$  und  $V_{OUT,NS}$  mit demselben DVM gemessen werden und nominal gleich groß sind, werden die Unsicherheitsbeiträge der Verstärkung und Linearität des DVM unterdrückt.

Leider erhöht die sequentielle Messung die Messzeit um den Faktor zwei, da jedes Signal nur die Hälfte der Zeit gemessen wird. In der Praxis ist die Erhöhung der Messzeit durch niederfrequente Schwankungen der Spannungsquelle noch größer. Die Messzeit kann durch Erhöhung der Schaltfrequenz auf ca. 0.1 Hz minimiert werden. Sie ist jedoch begrenzt durch Transienten nach der Stromumkehr.

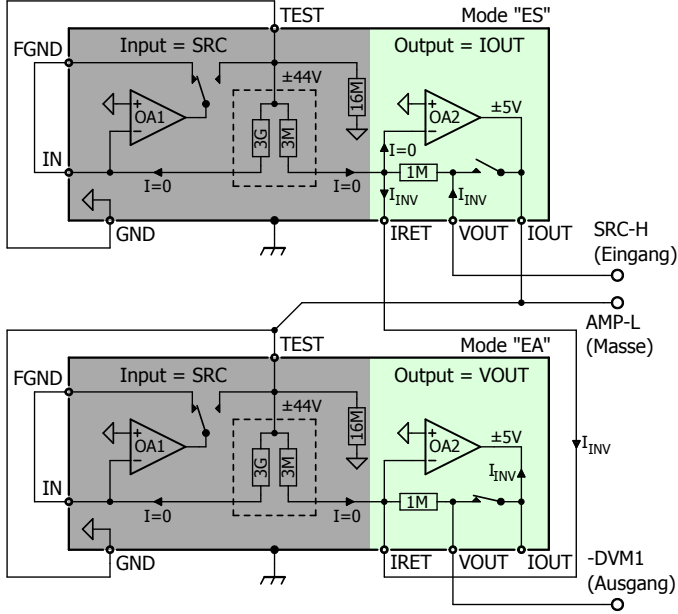
Abbildung 5.7(c) stellt einen Ansatz mit zwei DVM in Kombination mit einem Multiplexer dar. Dies ermöglicht eine Reduzierung der Messzeit, da beide Signale während der gesamten Messung gleichzeitig gemessen werden: DVM1 misst  $V_{\text{OUT,NS}}$ , während DVM2  $V_{\text{OUT,NA}}$  misst und umgekehrt. Auch der Einfluss niederfrequenter Schwankungen in der Spannungsquelle wird stark unterdrückt. Dennoch beeinflusst die DVM-Stabilität die Unsicherheit.

Alle bisher genannten Verfahren bestimmen das kleine Fehlersignal  $\Delta I$ , indem sie beide Ausgangssignale einzeln messen. Ein besserer Ansatz basiert auf der direkten Messung des kleinen Fehlersignals, anstatt es aus der Differenz relativ großer Signale ähnlicher Amplitude abzuleiten. Aufgrund der entgegengesetzten Polarität von Quelle und Verstärkerausgang ist das Differenzsignal nicht direkt verfügbar. Daher wird in Abbildung 5.7(d) das Vorzeichen von  $V_{\text{OUT,NS}}$  durch Verwendung eines zusätzlichen Inverters umgekehrt. Dadurch wird das Fehlersignal direkt gemessen und die Anforderungen an die DVM-Genauigkeit werden stark reduziert. Im Prinzip verschiebt diese "Inverter-Methode" die Genauigkeitsanforderungen vom DVM zum Inverter.

Ein hinreichend genauer Inverter kann durch die Verwendung von zwei kalibrierten ULCA-Ausgangsstufen aufgebaut werden (siehe Abbildung 5.8). Der Inverter besteht aus zwei gleichen Widerständen (hier 1 M $\Omega$ ) und einem Operationsverstärker. Vom unteren ULCA in Abbildung 5.8 wird der Operationsverstärker in der Ausgangsstufe sowie der Widerstand zur Gegenkopplung verwendet. Vom oberen ULCA wird nur der Widerstand in der Ausgangsstufe (als passives Element) genutzt. Dieser Widerstand ist vom Ausgang des entsprechenden Verstärkers OA2 getrennt. Ferner ist der IOUT-Anschluss des oberen ULCA mit dem Bezugspotential des Inverters (AMP-L) verbunden. Dadurch wird eine Regelschleife gebildet, die den IRET-Anschluss auf internem Massepotential hält. Ein ordnungsgemäßer Betrieb von OA2 kann somit gewährleistet werden und es wird ferner sichergestellt, dass der in den Verstärkereingang fließende Strom aufgrund der hohen Leerlaufverstärkung von OA2 praktisch null ist. Die Eingangsstufen der beiden ULCA (grauer Bereich in Abbildung 5.8) sind so konfiguriert, dass sie die Funktion des Inverters nicht beeinträchtigen.

Drei DVM werden für die Inverter-Methode in Abbildung 5.7(d) benötigt. DVM1 misst die Spannungsdifferenz  $V_1$  zwischen AMP-H (Ausgang des ULCA in Verstärkermodus) und dem invertierten Ausgang des ULCA im Quellmodus. DVM2 misst die Spannung  $V_2$  zwischen AMP-H und AMP-L, d.h. die Ausgangsspannung  $V_{\text{OUT,NA}}$ , die auf Gehäusepotentiale bezogen ist. Ferner erfasst DVM3 die Spannung  $V_3$  zwischen SRC-L und AMP-L, d.h. das interne Massepotential des ULCA im Quellmodus, auf das sich der Ausgang  $V_{\text{OUT,NS}}$  bezieht. Die Ausgangsspannung des Inverters gegen das Bezugspotential AMP-L beträgt:

$$V_{\text{OUT,EA}} = V_2 - V_1 = \frac{R_{\text{IV,EA}}}{R_{\text{IV,ES}}} (I_{\text{S,NS}} A_{\text{TR,NS}} - V_3) \quad (5.2)$$



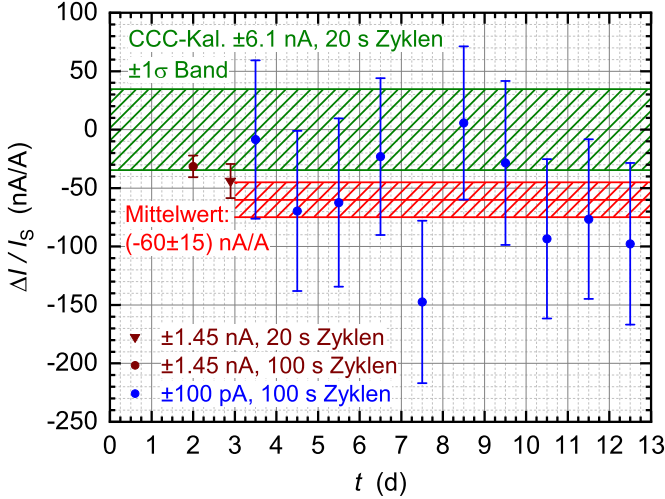
**Abbildung 5.8:** Aufbau zur Verwendung zweier ULCA-Ausgangsstufen als hochgenauer Inverter, wie in Abbildung 5.7(d) benötigt. Beim oberen ULCA wird der  $1\text{M}\Omega$  als passiver Widerstand verwendet. Beim unteren ULCA dient der Widerstand als Gegenkopplungswiderstand für den Operationsverstärker OA2. Entsprechend der Beschriftung in Abbildung 5.7 ist der Invertiereingang SRC-H, das Bezugspotential AMP-L und der Ausgang ist -DVM1 (negativer Eingang von DVM1). Die Gehäusepotentiale beider ULCA sind miteinander verbunden.

Die Indizes “ES” und “EA” stehen dabei für den “Extended Mode” als Quelle bzw. als Verstärker (siehe Bild 3.7 & Bild 3.5 in Kapitel 3.2). Durch Umstellen der Gleichung 5.1 nach  $I_{S,NS}$  und Einsetzen in Gleichung 5.2 sowie anschließendes Umformen erhält man den reduzierten Fehlerstrom:

$$\frac{\Delta I}{I_{S,NA}} = 1 - \frac{A_{TR,NA}}{A_{TR,NS}} \left[ \frac{R_{IV,ES}}{R_{IV,EA}} \left( 1 - \frac{V_1}{V_2} \right) + \frac{V_3}{V_2} \right]. \quad (5.3)$$

Aus Gleichung 5.3 wird ersichtlich, dass die Anforderungen an die Genauigkeit und Linearität der DVM gering sind, da  $V_1/V_2$  und  $V_3/V_2$  kleine relative Abweichungen  $\ll 1$  darstellen. Dafür muss eine hohe Gleichtaktunterdrückung (CMR) für DVM1 gegeben sein, weil beide Eingangsklemmen dieses Voltmeters auf hohem Potential liegen. Im Datenblatt wird für die verwendeten 3458A Multimeter eine CMR von  $>90\text{ dB}$  bei einer  $1\text{ k}\Omega$  Imbalance in der LO-Leitung (Unterschied zur Quellimpedanz in der HI-Leitung) spezifiziert.[48] Zur Bestimmung der CMR ohne Imbalance wurde an den Eingängen HI und LO eines 3458A Multimeters





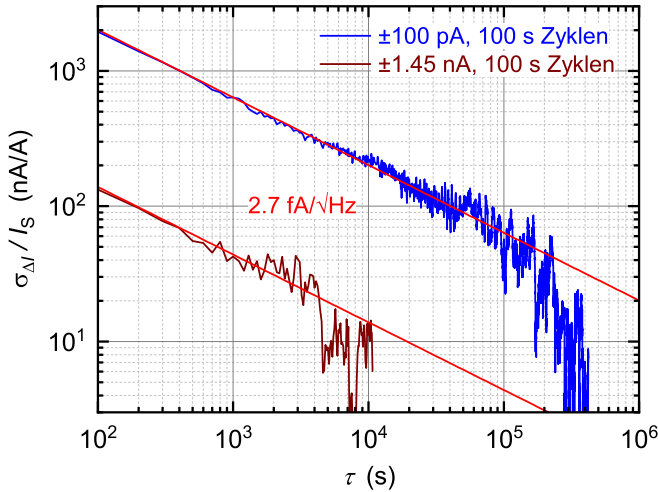
**Abbildung 5.9:** Relativer Fehlerstrom  $\Delta I/I_S$  der rauschoptimierten ULCA U0020 und U0033, die nach dem Messaufbau in Abbildung 5.6 konfiguriert wurden. Verwendet wurde dabei die Inverter-Methode aus Abbildung 5.7(d) und Abbildung 5.8. Der grün schraffierte Bereich zeigt die Standardunsicherheit der CCC-Kalibrierung. Die angegebenen Zykluszeiten von 20 s oder 100 s ergeben eine Stromumkehr alle 10 s bzw. 50 s. Die ersten 5 s nach jeder Stromumkehr wurden nicht berücksichtigt um Transienten zu unterdrücken. Beim höherem Strom von  $\pm 1.45$  nA betrug die Integrationszeit etwa 4 h bzw. 6 h, während bei  $\pm 100$  pA die Integrationszeit auf einen Tag erhöht wurde.

das gleiche Rechtecksignal angelegt und die vom Gerät angezeigte Spitze-Spitze-Amplitude gemessen. Die Periode des Rechtecksignal war 100 s und es wurde ein Spitzenwert von bis zu 10 V gewählt. Innerhalb der Unsicherheit von 4 nV konnte dabei kein Signal detektiert werden. Für die ULCA-Messung bei 100 pA (200 mV Gleichtaktsignal) entspricht dies einem Unsicherheitsbeitrag von 2 Teilen in  $10^8$ .

Die Inverter-Methode aus Abbildung 5.7(d) wurde zur Untersuchung der Genauigkeit des rauschoptimierten ULCA verwendet. Abbildung 5.9 zeigt den gemessenen relativen Fehlerstrom  $\Delta I/I_S \approx \Delta I/I_{S,NA}$  von U0020 und U0033. Für die Messung wurde U0033 als Stromquelle und U0020 als Strommessgerät (Verstärker) verwendet. Der Inverter wurde mit zwei Standard-ULCA aufgebaut. Vor der Messung erfolgte eine Kalibrierung aller ULCA-Stufen mit dem 14-Bit-CCC. Unter Verwendung der Kalibrierergebnisse wurde der Fehlerstrom nach Gleichung 5.3 aus den DVM-Messwerten bestimmt. Für die Auswertung wurden  $5\text{ m}\Omega$  zu  $R_{IV,ES}$  hinzugefügt, um den kleinen parasitären Widerstand durch die Verkabelung zu berücksichtigen. Die Zeitachse in Abbildung 5.9 bezieht sich auf das Kalibrierdatum der Eingangsstufen der beiden rauschoptimierten ULCA, die mit einer Unsicherheit von 20 Teilen in  $10^9$  kalibriert wurden. Alle anderen ULCA-Stufen haben eine geringere Kalibrierunsicherheit von 10 Teilen in  $10^9$ . Für die gesamte

Kalibrierunsicherheit der sechs ULCA-Stufen kann eine Unsicherheit von 35 Teilen in  $10^9$  angenommen werden. Diese ist durch die grün schraffierte Fläche in Abbildung 5.9 verdeutlicht.

Für die CCC-Kalibrierung wird ein 20 s-Zyklus verwendet, bei dem der Strom alle 10 s umgepolt wird. Die ersten 5 s nach jeder Umpolung werden nicht berücksichtigt, um Einschwingeffekte zu unterdrücken. Allerdings erhöht sich dadurch die statistische Unsicherheit für eine festgelegte Messzeit. Daher wurde bei der Niederstrommessung mit Inverter-Methode die Zykluszeit auf 100 s erhöht (90 % Datennutzung statt 50 %). Obwohl das Systemrauschen aufgrund der längeren Zykluszeit leicht ansteigt (von  $2.3 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  auf  $2.7 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), wird die statistische Gesamtunsicherheit reduziert. Um sicherzustellen, dass die Zykluszeit keinen Einfluss auf das Ergebnis hat, wurden für beide Zykluszeiten Messungen mit höheren Strömen durchgeführt. Es zeigte sich dabei, dass die resultierende Übereinstimmung zwischen beiden Ergebnissen deutlich innerhalb der Unsicherheit liegt. Bei der Messung war der Strom durch die verwendete Spannungsquelle auf  $\pm 1.45 \text{ nA}$  begrenzt und betrug somit nur etwa ein Viertel des Stroms der CCC-Kalibrierung ( $\pm 6.1 \text{ nA}$ ). Für die Niederstrommessungen wurden  $\pm 100 \text{ pA}$  gewählt. Dies ist ein typischer Wert für SEP.[19, 20, 49, 50] Die Integrationszeit pro Messpunkt betrug einen Tag und die gesamte Messdauer 10 Tage. Wie zu erkennen ist, beläuft sich der Mittelwert über den kompletten Messzeitraum auf  $(-60 \pm 15) \text{ nA/A}$  (rote Linie in Abbildung 5.9). Dieses Ergebnis überschneidet sich nicht mit der CCC-Kalibrierung innerhalb der Standardunsicherheit, ist aber innerhalb der erweiterten Unsicherheit bei  $k = 2$  (95 % Konfidenzniveau) konsistent. Dennoch zeigen



**Abbildung 5.10:** Allan-Deviation der Messungen mit Zykluszeiten von 100 s aus Abbildung 5.9. Die roten Linien entsprechen einem weißen Rauschpegel von  $2.7 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  für beide Stromwerte.

die Messungen, dass die Genauigkeit und Linearität des rauschoptimierten ULCA unter einem Teil in  $10^7$  liegt, bis hin zu den für die SEP-Forschung relevanten niedrigen Stromstärken.

In Abbildung 5.10 ist die Allan-Deviation für beide Messungen mit der Zykluszeit von 100 s dargestellt. Das weiße Rauschen beträgt  $2.7 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  und ist durch den Beitrag der beiden rauschoptimierten ULCA ( $\sqrt{2} \cdot 1.6 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}} \approx 2.3 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) dominiert. Der leichte Anstieg des Rauschens wurde bei kurzen Zykluszeiten nicht beobachtet und ist daher vermutlich auf erhöhtes niederfrequentes Rauschen zurückzuführen. Aus Abbildung 5.10 ist ferner ersichtlich, dass über die komplette Messzeit das Rauschverhalten weiß ist. Somit kann in weniger als einem Tag eine Unsicherheit von einem Teil in  $10^7$  erreicht werden. Zudem ist die Stabilität der ULCA über den gesamten Zeitraum von 10 Tagen deutlich unter einem Teil in  $10^7$ .

## 6 Anwendungsbeispiel: Messung des Stromrauschens von Kabeln

Die in Kapitel 4 vorgestellte Low-Bias-Variante des ULCA ist ideal geeignet, um den Einfluss der Verkabelung bei Messaufbauten für kleine Stromstärken zu untersuchen. Die Verkabelung ist bei solchen Aufbauten von entscheidender Bedeutung, da hier durch eine ungünstige Konfiguration die Messgenauigkeit durch Rauschbeiträge des Kabels stark limitiert werden kann. Deshalb ist zu evaluieren, welches Kabel für Messaufbauten bei niedriger Stromstärke am besten geeignet ist. Vorab-Tests haben ergeben, dass kommerzielle Produkte durchweg ein besseres Ergebnis liefern als Eigenkonstruktionen, weshalb sich die nachfolgenden Betrachtungen auf kommerziell verfügbare Kabel beziehen. Teile dieses Kapitels sind in den Referenzen [37, 51, 52] veröffentlicht wurden.

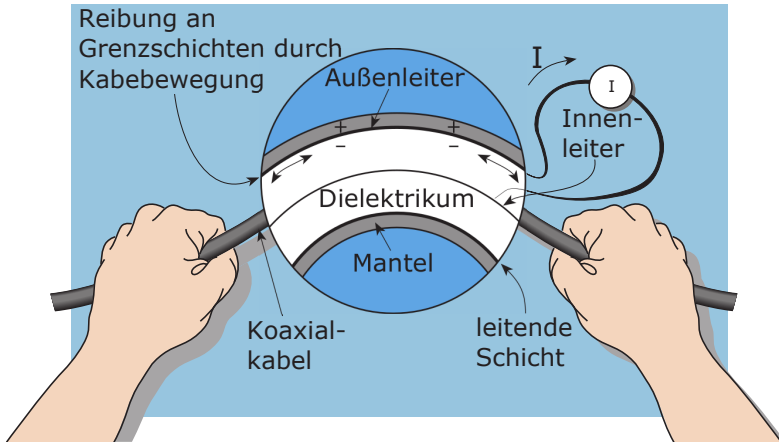
### 6.1 Generelle Aspekte von Kabeleigenschaften

Bei der Wahl eines geeigneten Kabels sind mehrere Faktoren maßgeblich. Generell ist aber zu berücksichtigen, dass es sich bei dem Messsignal um einen Strom und nicht um eine Spannung handelt. So ist zum Beispiel der Einfluss von Thermospannungen, der bei Messungen von kleinen Spannungssignalen wesentlich ist, hier nur von untergeordneter Bedeutung.

Abhängig von der jeweiligen Anwendung haben sich unterschiedliche Kabeltypen etabliert. In der Messtechnik kommen häufig verdrehte Leiterpaare (Twisted-Pairs) und Koaxialkabel zum Einsatz. Twisted-Pairs eignen sich durch ihren Aufbau besonders für die differenzielle Übertragung von Messsignalen, da sie überlagerte Störsignale effizient unterdrücken. Sie sind in geschirmter und ungeschirmter Ausführung kommerziell erhältlich. Bei koaxialen Kabeln dient der Außenleiter gleichzeitig als Abschirmung. Zudem ist eine Vielzahl verschiedener Steckverbindersysteme für sie verfügbar (BNC, SMA usw.), die eine komplette Abschirmung des Innenleiters ermöglichen. Aus diesem Grund eignen sich koaxiale Kabel für Kleinstrommessungen besonders und werden deshalb im Weiteren genauer betrachtet.

Die Trennung von Innen- und Außenleiter erfolgt bei Koaxialkabeln über einen Isolator bzw. Dielektrikum. Dabei kommen verschiedenste Materialien zum Einsatz. Um einen hohen Isolationswiderstand zu gewährleisten, wird bei hochwertigen Kabeln häufig Polytetrafluorethylen (PTFE) verwendet. Für Kleinstrommessungen ist jedoch die Anforderung an den Isolationswiderstand moderat, da der Eingangswiderstand der verwendeten Messinstrumente (Strom-Spannungswandler) sehr gering ist. Deutlich störender sind bei Kleinstrommessungen Effekte, die Ladungsträger im Kabel erzeugen. Dies kann beispielsweise durch Piezoelektrizität, Triboelektrizität oder dielektrische Absorption verursacht werden. Alle drei Phänomene können zu einem Stromfluss führen und damit zusätzliches Stromrauschen verursachen. Beim piezoelektrischen Effekt geschieht dies über Ladungen, die durch mechanische Spannung erzeugt werden - beispielsweise beim Befestigen des Kabels im Messaufbau. Dagegen werden beim triboelektrischen Effekt durch aneinander reibende Materialien Ladungsträger erzeugt. Der Effekt tritt in koaxialen Kabeln hauptsächlich zwischen Dielektrikum und Außenleiter auf, da

hier die Auflagefläche am größten ist. In Abbildung 6.1 ist der durch Triboelektrizität verursachte Stromfluss in einem Kabelabschnitt schematisch dargestellt. Bei dem Schema handelt es sich um ein Beispiel für ein rauscharmes Koaxialkabel, bei dem der triboelektrische Effekt minimiert wird. Auf Kabel dieser Art wird später noch detaillierter eingegangen. Das dritte Phänomene, das einen Stromfluss verursachen kann, ist die dielektrische Absorption. Dabei werden Ladungsträger über lange Zeiten im Dielektrikum eingelagert bzw. freigesetzt.



**Abbildung 6.1:** Triboelektrischer Effekt bei rauscharmen Koaxialkabeln (nach [53]).

**Tabelle 6.1:** Eigenschaften ausgewählter flexibler Isolatormaterialien bzw. Dielektrika, die typischerweise bei hochwertigen Koaxialkabeln zum Einsatz kommen. Zum Vergleich ist zusätzlich Saphir aufgeführt, welches nur in starren Verbindungen eingesetzt werden kann.[53, 54]

Material	Volumen- widerstand $\Omega \text{ cm}$	Oberflächen- widerstand $\Omega$	Piezo- elektrischer Effekt	Tribo- elektrischer Effekt	Dielektrische Absorption
Saphir	$> 10^{18}$	-	wenig	mittel	wenig
PTFE	$> 10^{18}$	$> 10^{18}$	stark	stark	wenig
Polyethylen	$10^{15} - 10^{18}$	$10^{13}$	wenig	mittel	wenig
PVC	$5 \cdot 10^{13}$	-	mittel	mittel	stark

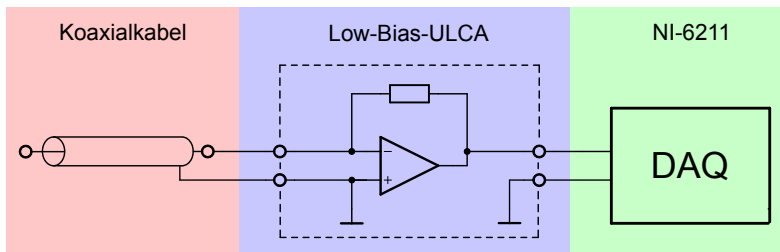
In Tabelle 6.1 ist eine Auswahl an Dielektrika für koaxiale Kabel aufgelistet. Bis auf Saphir, das hier nur zum Vergleich dienen soll, werden alle aufgelisteten Materialien vielfach zur Kabelherstellung verwendet. An Isolatoreigenschaften ist hier

neben dem Volumen- und Oberflächenwiderstand die Stärke von stromflusserzeugenden Effekten aufgezeigt. Das häufig verwendete PTFE bzw. Teflon ist vor allem durch seine starke Piezoelektrizität und Triboelektrizität bei Kleinstrommessungen von Nachteil. Für kleine Ströme bietet sich deshalb eher Polyethylen an, das zwar nicht den Isolationswiderstand von Teflon erreicht, dafür aber wesentlich kleinere stromflusserzeugende Effekte aufweist. Neben Polyethylen ist gegebenenfalls auch Polyvinylchlorid (PVC) als geeignetes Dielektrikum zu erwägen.

Die genannten Aspekte müssen bei der Wahl der Verkabelung beachtet werden. Bei kryogenen Messaufbauten ist zusätzlich der von der Verkabelung verursachte Wärmeeintrag in das verwendete Kryosystem zu berücksichtigen. In diesem Zusammenhang sind vor allem das Leitermaterial und der Kabeldurchmesser von Bedeutung. Außerdem ist der Einfluss von Vibrationen (Mikrophonie) häufig wesentlich stärker als bei Raumtemperaturmessaufbauten. Dadurch wird die Auswahl an Kabeln gegenüber Raumtemperatur noch zusätzlich eingeschränkt. Im Folgenden werden zunächst Kabel für Raumtemperaturanwendungen untersucht und davon ausgehend Lösungen für die Verkabelung kryogener Systeme für SEP-Messungen vorgestellt.

## 6.2 Messanordnung zur Untersuchung von Kabelrauschen

Zur Bestimmung des Stromrauschens wurde das jeweilige Kabel mit dem Low-Bias-ULCA verbunden. Um mögliche externe Einstreuung zu vermeiden, wurde bei jeder Messung das offene Ende des Kabels mit einer Abdeckkappe verschlossen. Über die Transresistanz des ULCA von  $1\text{ T}\Omega$  ergibt sich eine Ausgangsspannung, die mit einer Datenerfassungskarte (DAQ) digitalisiert wurde. Der schematische Messaufbau der Messungen ist in Abbildung 6.2 dargestellt.



**Abbildung 6.2:** Allgemeine Messanordnung zur Bestimmung des Stromrauschbeitrags der zu untersuchenden Kabel.

Durch die hohe Transresistanz von  $1\text{ T}\Omega$  des Low-Bias-ULCA verringern sich die Anforderungen an die nachgeschaltete Datenerfassung. So konnte für die Digitalisierung der Messdaten eine günstige Messkarte von National Instruments verwendet werden (NI-6211). Bei ersten Messungen zeigte sich jedoch, dass bei zu geringer Abtastrate von  $250\text{ Sa/s}$  das durch die Messkarte verursachte Rauschen stark erhöht ist. Aus diesem Grund wurde eine höhere Abtastrate von  $4000\text{ Sa/s}$

gewählt und diese per Software durch Integration der Messpunkte auf 16 Sa/s reduziert. Aus den ermittelten Zeitdaten wurden jeweils die Allan-Deviation und das Spektrum bestimmt. Das Verstärkerrauschen wurde dabei nicht abgezogen.

### 6.3 Kabel bei Raumtemperatur

Rauscharme Koaxialkabel für Raumtemperaturanwendungen sind in Vielzahl kommerziell verfügbar. Typischerweise beinhaltet ihr Aufbau eine leitende Schicht zwischen Außenleiter und Dielektrikum. Laut Literatur reduziert diese Schicht den triboelektrischen Effekt in hohem Maße.[53] Abbildung 6.1 zeigt den Effekt am Beispiel eines Koaxialkabels. Durch Bewegung des Kabels reiben vor allem Außenleiter und Dielektrikum aneinander und erzeugen einen Stromfluss in einem angeschlossenen Messgerät. Die leitende Schicht soll diesen Effekt abschwächen und somit den Stromfluss durch Triboelektrizität verringern.

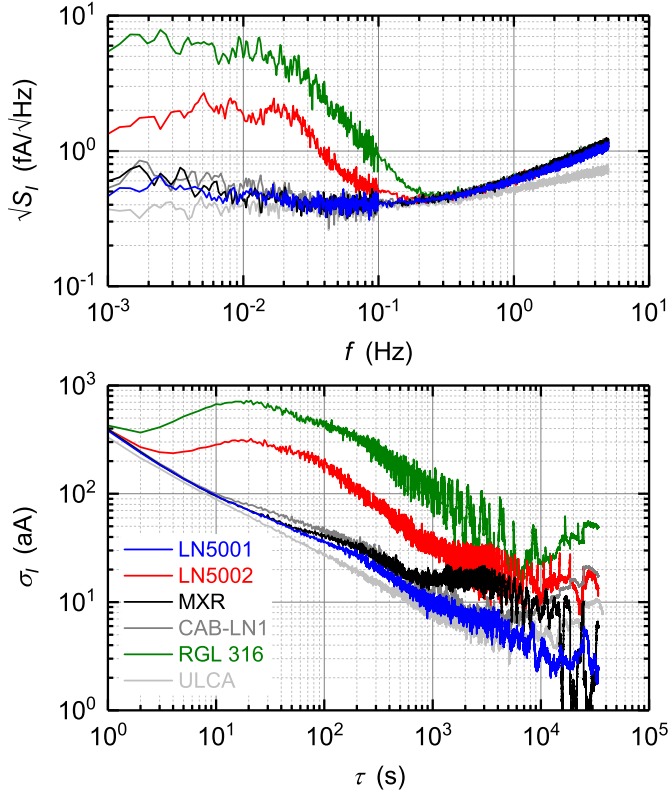
Bei kommerziellen rauscharmen Kabeln wird bevorzugt Teflon (PTFE bzw. FEP) als Dielektrikum eingesetzt. Der Grund ist neben der eingangs erwähnten sehr hohen Isolation durch einen spezifischen Widerstand von  $> 10^{18} \Omega \text{ cm}$  die hohe Hitzebeständigkeit. Der negative Einfluss von Mikrofonieempfindlichkeit soll durch die leitende Schicht unterdrückt werden. Vereinzelt werden auch andere Dielektrika eingesetzt. So konnte auch ein rauscharmes Kabel gefunden werden, das Polyethylen (PE) als Isolator verwendet. Für PE liegt der spezifische Widerstand typischerweise mehrere Größenordnungen unterhalb von Teflon (siehe Tabelle 6.1).[53]

Bei Raumtemperatur wurden fünf verschieden rauscharme Kabeltypen untersucht. Bis auf ein Kabel mit PE als Isolator verwenden alle Kabel PTFE als Dielektrikum. Von jedem Kabeltyp mit Ausnahme des CAB-LN1 wurde ein Kabel von 2 m Länge mit SMA-Stecker an den Enden konfektioniert. Das CAB-LN1 wurde als Sample von der Firma Femto bereitgestellt und als 2-m-Stück konfektioniert mit BNC geliefert. Für die Messung dieses Kabels wurde ein BNC/SMA-Adapter verwendet, dessen Rauschen vernachlässigbar ist. In Tabelle 6.2 sind die fünf kommerziellen rauscharmen Kabel mit ihren Eigenschaften dargestellt. Wie zu erkennen ist, unterscheiden sich die Kabel beim verwendeten Leiter, dem Dielektrikum und der leitenden Schicht. Bei den teureren Kabeln wird versilbertes Kupfer als Leiter verwendet. Das kostengünstigere MXR-Kabel verwendet hingegen einfaches Kupfer. Bei der leitenden Schicht wird je nach Kabeltyp Halbleiter, leitendes PVC oder eine Graphitschicht eingesetzt. Die Kapazität der verschiedenen Kabeltypen ist in etwa gleich und beträgt ca. 100 pF/m. Beim Widerstandsbelag des Innenleiters sind hingegen stärkere Unterschiede ersichtlich. So ergibt sich z.B. für das LN5001 ein relativ hoher Wert von etwa  $0.74 \Omega/\text{m}$ , während das LN5002 nur  $0.14 \Omega/\text{m}$  aufweist.

**Tabelle 6.2:** Eigenschaften der untersuchten Koaxialkabel für Raumtemperaturanwendungen. Die mechanischen Eigenschaften sind den Herstellerangaben entnommen, die elektrischen Spezifikationen wurden an 2 m langen Kabelmustern gemessen.

Kabeltyp	LN5001	LN5002	MXR	CAB-LN1	RGL 316
Hersteller	elspec	elspec	bedea	FEMTO	Habia Cable
Innenleiter	Stahl-Kupfer silber- beschichtet	Stahl-Kupfer silber- beschichtet	Kupfer	Kupfer	Stahl-Kupfer silber- beschichtet
Durchmesser Innenleiter	0.30 mm	0.51 mm	0.45 mm	0.3 mm	0.51 mm
Dielektrikum	PTFE	PTFE	PE	PTFE	PTFE
Außenleiter	Halbleiter & silber- beschichtetes Kupfergeflecht	Halbleiter & silber- beschichtetes Kupfergeflecht	leitendes PVC & Kupfergeflecht	Halbleiter & silber- beschichtetes Kupfergeflecht	Graphitschicht & silber- beschichtetes Stahl-Kupfer- geflecht
Durchmesser Außenleiter	1.57 mm	2.21 mm	2.2 mm	1.35 mm	2.0 mm
Mantel	PFA	PTFE	PVC	PFA	FEP
Widerstandsbelag des Innenleiters	0.74 Ω/m	0.14 Ω/m	0.17 Ω/m	0.37 Ω/m	0.25 Ω/m
Kapazitätsbelag	99 pF/m	100 pF/m	111 pF/m	107 pF/m	112 pF/m
Rauschen bei 10 mHz incl. ULCA	$\approx 0.5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$	$\approx 1.8 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$	$\approx 0.43 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$	$\approx 0.53 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$	$\approx 5.5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$

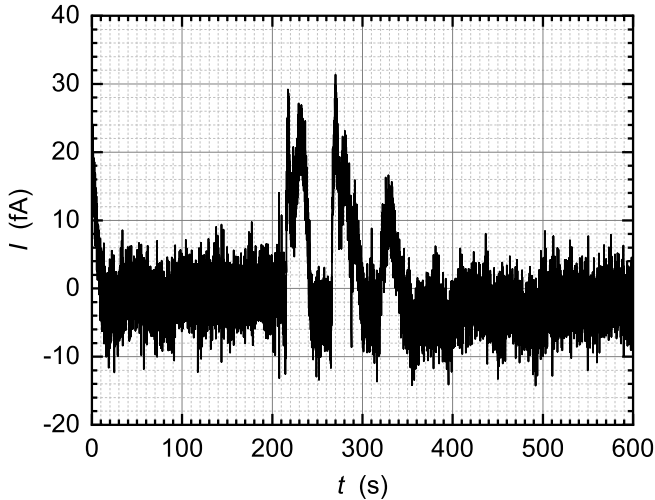




**Abbildung 6.3:** Spektrale Dichte und Allan-Deviation der in Tabelle 6.2 aufgeführten rauscharmen Kabel. Das Eigenrauschen des verwendeten Low-Bias-ULCA (graue Linie) wurde nicht abgezogen. Alle Messungen erfolgten mit Abdeckkappe am Eingang.

In Abbildung 6.3 ist das gemessene Stromrauschen sowie die Allan-Deviation der in Tabelle 6.2 aufgeführten Kabel dargestellt. Das Spektrum reicht von 1 mHz bis 5 Hz und die Allan-Deviation ist von 1 s bis etwa 30 300 s bzw. 9 h gezeigt. Als Referenz ist das Stromrauschen bzw. die Allan-Deviation des eingesetzten Low-Bias-ULCA eingezeichnet. Wie zu erkennen ist, unterscheiden sich die Kabel zum Teil erheblich in ihren Rauscheigenschaften. Das beste Rauschverhalten zeigt das LN5001, bei welchem in der Allan-Deviation selbst bei den höchsten Werten von  $\tau$  kein messbarer Anstieg des Rauschniveaus im Vergleich zum Low-Bias-ULCA zu erkennen ist. Im Spektrum ist der Unterschied zwischen LN5001, MXR und CAB-LN1 so marginal, dass alle drei Kabel als Kandidaten für eine Messung bei kleinen Stromstärken in Frage kommen.

Das LN5002 sowie das RGL 316 zeigen deutlich schlechteres Verhalten bei niedrigen Frequenzen. Hier steigt unterhalb von ca. 0.1 Hz das Stromrauschen stark

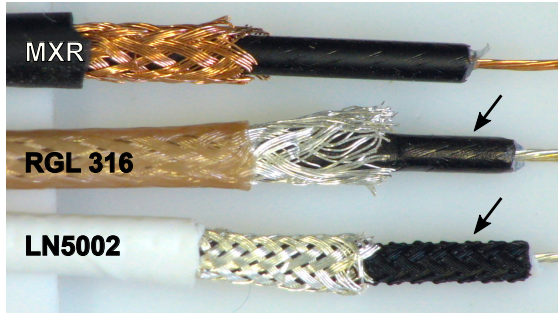


**Abbildung 6.4:** Mehrere Stromspitzen im Zeitsignal bei der Messung des RGL 316-Kabels mit dem Low-Bias-ULCA.

an. Dieser Anstieg des Rauschens bei niedrigen Frequenzen konnte schon aus dem Zeitsignal abgeleitet werden. Hier traten zum Teil deutliche Störungen bzw. Stromspitzen von bis zu  $\pm 50$  fA auf. In Darstellung 6.4 ist das an Hand eines repräsentativen Zeitausschnittes von 10 Minuten des RGL 316 zu sehen. Wodurch die Störungen bei diesen Kabeln verursacht sind, konnte nicht eindeutig ermittelt werden. Es liegt jedoch nahe, dass der Aufbau der Kabel das Rauschen verschlechtert. Bei beiden Kabeln ist eine Strukturierung der leitfähigen Schicht zu erkennen, die bei den anderen Kabeln nicht in dieser Form vorliegt (siehe Abbildung 6.5). Durch diese Strukturierung gleitet der Außenleiter bzw. Schirm nicht mehr so gut auf der leitenden Schicht, was zu den in Abbildung 6.4 dargestellt Stromspitzen führen kann.

Von den drei in Frage kommenden Kabeln wurde das MXR-Kabel gewählt. Neben dem geringen Stromrauschen, was auch beim LN5001 und CAB-LN1 vorliegt, zeigte das MXR auch den kleinsten ohmschen Widerstand. Ferner wird bei diesem Kabel PE als Dielektrikum verwendet und nicht PTFE, was die in Tabelle 6.1 aufgeführten Effekte minimieren sollte.

Leider zeigte sich später, dass die Leitfähigkeit der leitenden Schicht bei diesem Kabel sehr stark abhängig von der Fertigungscharge ist. So konnten Unterschiede von mehreren Größenordnungen ( $k\Omega$  bis größer  $500\text{ M}\Omega$ ) gemessen werden. Zwar wird hierdurch das Rauschen nicht maßgeblich beeinflusst, aber die Abschirmungswirkung gegenüber externen Einstreuungen hängt stark von der Leitfähigkeit der leitenden Schicht ab. So zeigten MXR-Kabel mit hochohmiger leitender Schicht weitaus stärkere 50-Hz-Einstreuung als MXR-Kabel mit niederohmiger. Deshalb

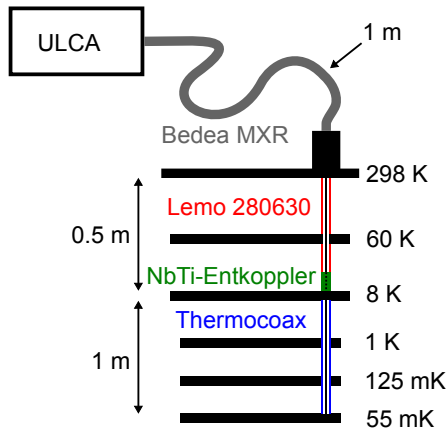


**Abbildung 6.5:** Foto der unterschiedlich stark strukturierten leitenden Schicht der Kabel vom Typ MXR, RGL 316 und LN5002.

wurden Fertigungschargen dieses Kabels gewählt, die eine möglichst niederohmige leitende Schicht aufweisen.

## 6.4 Kryogene Kabel

Auch bei kryogenen Aufbauten gibt es Bedarf an rauscharmen Kabeln für niedrige Stromstärken. Beispiel hierfür ist das Forschungsfeld der Einzelelektronenpumpen. Bei kryogenen Verkabelungen kommt zu den Anforderungen, die für Raumtemperatur gelten, zudem noch der zu berücksichtigende starke Temperaturgradient hinzu. Dieser kann Einfluss auf das Kabel haben und somit mikromechanische Effekte verstärken. Außerdem ist der durch das Kabel verursachte Temperatureintrag möglichst gering zu halten.



**Abbildung 6.6:** Stromrauscharmer Kabelaufbau für den mK-Bereich im DR200-Kryostat.

In der Veröffentlichung “Reducing current noise in cryogenic experiments by vacuum-insulated cables”[55] ist eine Verkabelung für Verdünnungskryostaten präsentiert, die ein weißes Rauschen von  $0.44 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  ermöglicht. Durch das verwendete selbstgebaute vakuumisolierte Kabel sind die Einsatzmöglichkeiten dieser Lösung allerdings limitiert. Unter Verwendung des rauscharmen MXR-Kabels im Raumtemperaturbereich wurde deshalb eine alternative Lösung für kryogene Anwendungen gesucht. Abbildung 6.6 zeigt eine erste Lösung, die in einem Verdünnungskryostaten[56] (DR200) eingebaut und evaluiert wurde. Wie zu erkennen ist, wurden innerhalb des Kryostaten zwei verschiedene Kabel verwendet. In den ersten beiden Stufen des Kryostaten, von Raumtemperatur bis zu etwa 8 K, befindet sich ein Kabel vom Typ Lemo 280630. Für die unteren Stufen, die von 8 K bis in den mK-Bereich reichen, wurde Thermocoax (Typ 1NcAc034) verwendet. In Tabelle 6.3 sind die in Abbildung 6.6 verwendeten Kabeltypen und deren Eigenschaften aufgelistet.

**Tabelle 6.3:** Eigenschaften der drei für die kryogene Verkabelung verwendeten Kabelsegmente in Abbildung 6.6.

Name	Cu-PE Koax	Cu-PVC Koax	St-MgO Koax
Kabeltyp	BEDEA MXR	LEMO 280630	Thermocoax 1NcAc034
Innenleiter	Kupfer 7 x 0.15 mm	Kupfer 7 x 0.1 mm	Stahl
Dielektrikum	PE	PVC	MgO (Pulver)
Außenleiter	Kupfergeflecht 32 x 0.15 mm & leitendes PVC	Kupferdrähte 32 x 0.1 mm	Stahl $\varnothing =$ 0.34 mm
Mantel	PVC	PVC	-
Länge	1 m	0.5 m	1 m
Kapazität	120 pF	47 pF	470 pF

Das Thermocoax 1NcAc034 ist thermisch ideal für kryogene Aufbauten geeignet. Der Innen- sowie Außenleiter besteht aus Stahl, was einen geringen Wärmeeintrag zur Folge hat. Großer Nachteil ist die Hygroskopie des MgO-Dielektrikums, wodurch eine Verarbeitung, wie z.B. das Anlöten von Steckern (MCX, SMA, usw.), unter Schutzgas notwendig ist. Die Kabel können glücklicherweise schon mit den benötigten Steckverbindern (MCX) beim Hersteller bestellt werden. Leider konnte der Mischungskryostat nicht ausschließlich mit Thermocoax 1NcAc034 ausgestattet werden, da sich bei Längen über einem Meter ein Zusatzrauschen ergab, welches wahrscheinlich durch Mikrophonie bedingt ist. Deshalb wurden zusätzlich Kabel vom Typ Lemo 280630 im oberen Teil des Mischungskryostaten eingebaut. Dieses Kabel besteht im Innen- und Außenleiter aus Kupfer und hat somit einen

hohen Wärmeeintrag. Um diesen Eintrag zu minimieren, wurde deshalb der Außenleiter des Kabels thermisch an die erste Stufe (60 K) des Mischungskryostat angekoppelt. Ferner erfolgte eine thermische Entkopplung des Innenleiters mittels supraleitendem Niob-Titan-Draht und eine thermische Ankopplung des Außenleiters bei 8 K. Abbildung 6.7 zeigt sowohl die thermische Ankopplung als auch die Innenleiterentkopplung.

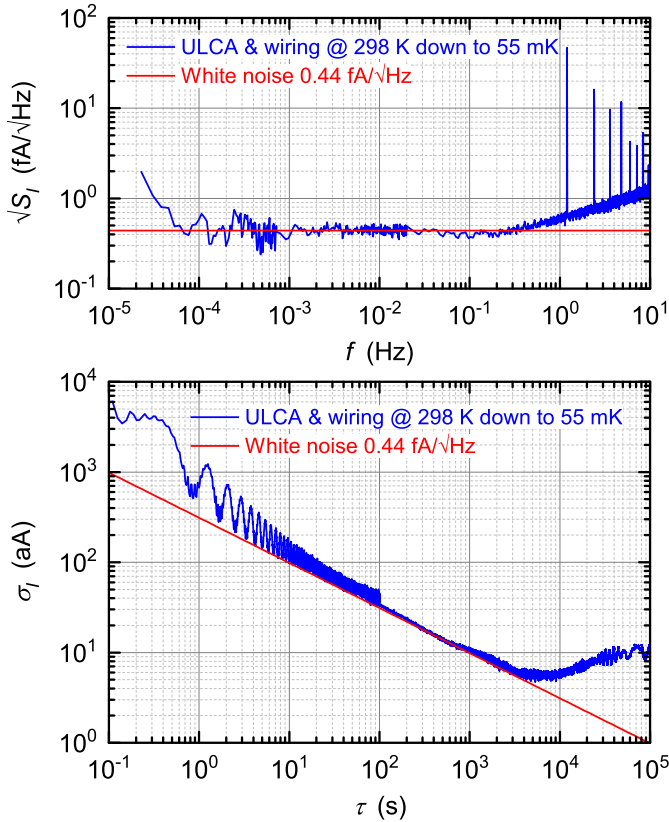


**Abbildung 6.7:** Thermische Außenleiterankopplung sowie thermische Innenleiterentkopplung des kupferbasierten Lemo 280630. Die Entkopplung des Innenleiters erfolgte über einen Niob-Titan-Draht.

Die in Abbildung 6.8 dargestellte Rauschmessung der beschriebenen Verkabelung wurde im Frequenzbereich von  $10 \mu\text{Hz}$  bis  $10 \text{Hz}$  durchgeführt. Bei dieser Messung kam für die hohen Frequenzen der spezielle Testaufbau mit OA1-B-Konfiguration aus Kapitel 4 ( $198 \text{ G}\Omega$ ) zum Einsatz. Für die niedrigen Frequenzen wurde der Low-Bias-ULCA verwendet. Wie der Abbildung zu entnehmen ist, sind bei höheren Frequenzen die Grundfrequenz des Pulsrohrkühlers und deren Oberwellen deutlich sichtbar. Das weiße Rauschen von etwa  $0.44 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  wird vom Rauschen des Low-Bias-ULCA ( $0.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) dominiert. Die Allan-Deviation zeigt ein Minimum von etwa  $6 \text{ aA}$  bei  $\tau \approx 2 \text{ h}$  und bleibt unter  $10 \text{ aA}$  für  $\frac{1}{2} \text{ h} < \tau < 8 \text{ h}$ . [37]

Im Hinblick auf Rauschen ist die gefundene Verkabelung eine gute Lösung. Sie wurde im Bereich der Einzelelektronenpumpenforschung auch schon angewandt und brachte eine Verbesserung von  $18 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  auf  $4.5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . [57] Leider ist durch das verwendete Kupferkabel (Lemo 280630) der Nachteil des erhöhten Wärmeeintrags gegeben. Dieser kann zwar, wie gezeigt, durch geeignete An- und

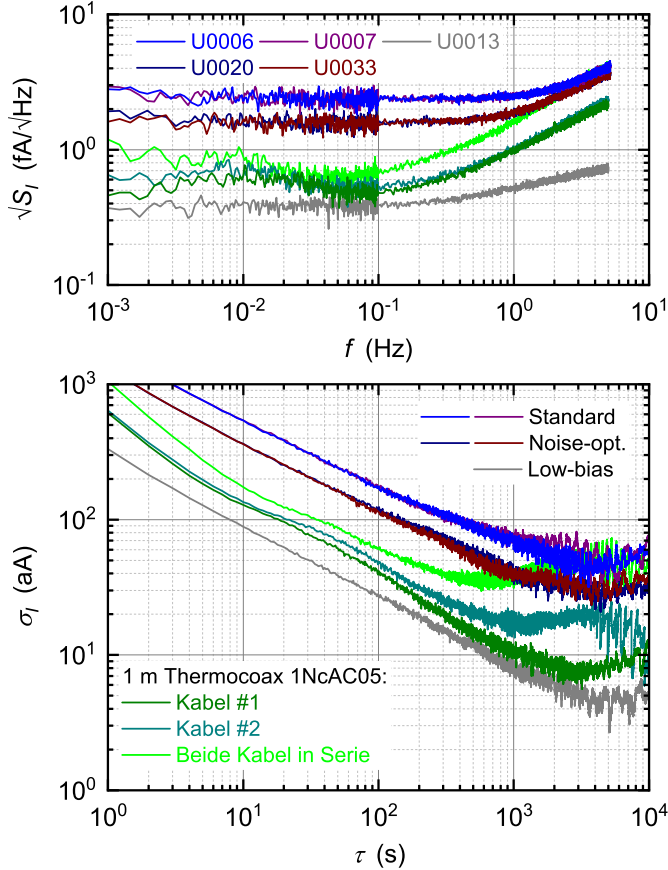
Entkopplung reduziert werden, dennoch kann er bei Kryoaufbauten zu Problemen führen.



**Abbildung 6.8:** Spektrale Dichte und Allan-Deviation der Kabelkonfiguration aus Abbildung 6.6 inklusive Rauschbeitrag des Low-Bias-ULCA.

Um die Möglichkeit der kryogenen Verkabelung ausschließlich basierend auf Thermocoax zu untersuchen, wurden neue Typen dieses Kabels bestellt (1NcAc05). Bei diesen wurde der Durchmesser des Außenleiters von 0.34 mm auf 0.5 mm erhöht, wodurch eine geringere Anfälligkeit für mechanische Schwingungen zu erwarten ist. Die bestellten 1NcAc05 Thermocoax wurden wieder mit MCX Steckerverbindern geliefert. Da der Mischungskryostat für weitere Untersuchungen nicht zur Verfügung stand, wurden die Messungen an diesen Kabeln in einer Kanne mit flüssigem Helium durchgeführt. Mit dieser Methode lassen sich leider nur 4 K erreichen und der mK-Bereich kann nicht untersucht werden. Allerdings ist der kritische Bereich für die Verkabelung vor allem zwischen Raumtemperatur und

einigen Kelvin zu erwarten, da hier der größte Temperaturgradient vorhanden ist. Für die Messung wurden zwei 1 m 1NcAc05 Thermocoax in einen Messstab eingebaut. Es bestand durch den Aufbau die Möglichkeit, beide Kabel im Kalten zu verbinden, so dass maximal 2 m gemessen werden konnten.



**Abbildung 6.9:** Spektrale Dichte sowie Allan-Deviation von 1 m MXR in Kombination mit verschiedenen Thermocoax 1NcAc05. Die Messungen wurden mit dem Low-Bias-ULCA U0013 durchgeführt, dessen Eigenrauschen zum Vergleich eingezeichnet ist. Zusätzlich ist das Rauschen des Standard-ULCA (U0006 und U0007) sowie die rauschoptimierte (noise-opt.) Variante (U0020 und U0033) dargestellt.

Die Messung erfolgte mit dem Low-Bias-ULCA und einem 1 m MXR-Kabel bei Raumtemperatur. Die Messergebnisse in Form der spektralen Dichte und der Allan-Deviation sind in Abbildung 6.9 ersichtlich. Der Messbereich erstreckt sich

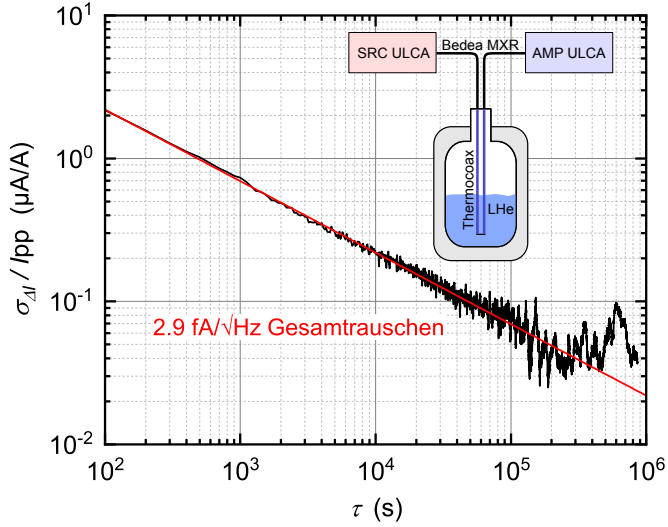
für die spektrale Dichte von 1 mHz bis 5 Hz und für die Allan-Deviation von 1 s bis  $10^4$  s. Neben den Messungen für die untersuchte Verkabelung, die den Beitrag des verwendeten Low-Bias-ULCA beinhalten, ist dessen Eigenrauschen zusätzlich dargestellt. Ferner ist zum Vergleich das Rauschen zweier Standard-ULCA sowie zweier rauschoptimierter ULCA eingezeichnet. Wie zu erkennen ist, ergibt sich für beide untersuchten Thermocoaxkabel (Kabel #1 und #2) ein unterschiedlicher Stromrauschpegel. Das gemessene Zusatzrauschen von Kabel #2 konnte im Zeitbereich in Form von gelegentlichen kurzen Stromspitzen beobachtet werden. Im Vergleich zu der Lösung mit einer Kabelkombination (Abbildung 6.6) ergibt sich sowohl mit Kabel #1 als auch mit Kabel #2 ein höherer Stromrauschpegel. Trotz des erhöhten Pegels liegt der Rauschbeitrag der beiden einzelnen Kabel sowie deren Serienschaltung im SEP relevanten Frequenzbereich bei maximal  $1 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Dies ist immer noch deutlich unterhalb des Rauschpegels des Standard-ULCA und der rauschoptimierten Variante, welche derzeit die einzig hinreichend genauen Instrumente zur Untersuchung von SEP darstellen. Somit ist eine Verwendung von 1NcAc05 Thermocoax im Kryostaten und MXR bei Raumtemperatur eine hinreichend gute Lösung für SEP-Messungen.

## 6.5 Niederstrommessung mit kryogenem Aufbau

Der mittels Heliumkanne realisierte Aufbau zur Kabeluntersuchung wurde im Folgenden dazu verwendet, eine Strommessung bei 100 pA durchzuführen. Dazu wurden beide 1 m 1NcAc05 Thermocoax im Kalten verbunden und die Raumtemperaturen über jeweils 1 m MXR mit rauschoptimierten ULCA verbunden. Einer der ULCA diente als Stromquelle und der andere als Messverstärker, entsprechend dem Aufbau in Abbildung 5.6 aus Kapitel 5. Dabei wurde die in Kapitel 4 erläuterte Stromumkehrmethode verwendet die beispielhaft in Abbildung 4.8 gezeigt ist. In Abbildung 6.10 ist die Allan-Deviation der aufgenommenen Messdaten zu dieser Messung zu sehen. Ferner ist der Messaufbau grob skizziert.

Wie der Grafik zu entnehmen ist, liegt das weiße Rauschen bei  $2.9 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Durch die beiden ULCA ergibt sich ein Rauschpegel von  $\sqrt{2} \cdot 1.6 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}} = 2.3 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Somit zeigt die Messung einen Zusatzrauschbeitrag von ca.  $1.8 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ , der durch den Aufbau verursacht wird. Dieser Beitrag ist höher als der aus Abbildung 6.9 erwartete Beitrag für die Verkabelung. Mit angelegtem Strom wird demzufolge ein Zusatzrauschen beobachtet. Wie dieser zusätzliche Beitrag zustande kommt ist unklar. Mit dem erreichten Rauschpegel lassen sich jedoch in weniger als einem Tag 100 pA auf  $0.1 \text{ pA/A}$  bestimmen. Somit stellt diese Verkabelung eine gute Lösung für kryogene Aufbauten bei kleinen Strömen dar. Zur Zeit wird sie an der PTB erfolgreich bei der Charakterisierung von SEP eingesetzt. Eine Veröffentlichung hierzu ist in Vorbereitung.





**Abbildung 6.10:** Allan-Deviation  $\sigma_I$  der Differenz zwischen dem gemessenen und erzeugten Strom zweier rauschoptimierter ULCA bei 100 pA. Die rote Linie entspricht einem weißen Rauschpegel von  $2.9 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Das kleine schematische Bild rechts oben zeigt vereinfacht den Messaufbau.

## 7 Zusammenfassung

Mit der Entwicklung des ultrastabilen rauscharmen Stromverstärkers (ULCA) wurde ein Gerät geschaffen, mit dem das präzise Messen kleiner Stromstärken unterhalb von 5 nA um bis zu zwei Größenordnungen verbessert wurde. Dieser Verstärker (Standard-ULCA) weist ein Rauschen von  $2.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  auf und ermöglicht minimale Messunsicherheiten von ca.  $0.1 \text{ pA}/\text{A}$ . Er diente als Ausgangspunkt für die Entwicklung zweier neuer ULCA-Varianten, die für unterschiedliche Anwendungen optimiert wurden. Die erste Variante zielt auf kleinstmögliches Rauschen ab, wobei Einbußen in der Genauigkeit zu Gunsten des minimalen Rauschens in Kauf genommen wurden. Dadurch lassen sich bei kleinsten Strömen verbesserte Unsicherheiten erreichen. Die zweite Variante wurde entwickelt, um die Unsicherheit bei SEP-Messungen zu reduzieren. Hierfür wurde das ULCA-Rauschen mit der Randbedingung optimiert, dass sich die Stabilität gegenüber der des Standard-ULCA nicht verschlechtert.

Die erste Variante wird als Low-Bias-ULCA bezeichnet. Gegenüber dem Standard-ULCA erhöhte sich Stromverstärkung der Eingangsstufe von 1000 auf 100 000 sowie der Widerstand  $R$  des Widerstandsnetzwerk von  $3 \text{ G}\Omega$  auf nominell  $175 \text{ G}\Omega$ . Der hohe Widerstand  $R$  wurde durch den Einsatz von Dickschichtwiderständen ermöglicht, deren Stabilität die minimale Gesamtunsicherheit des Low-Bias-ULCA auf ca.  $10 \text{ pA}/\text{A}$  begrenzt. Insgesamt ergibt sich eine Transresistanz von  $1 \text{ T}\Omega$  und ein Strombereich von  $\pm 5 \text{ pA}$ . Das weiße Rauschen beträgt  $0.4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei einer  $1/f$ -Ecke von  $30 \text{ pHz}$ . Das Rauschen ist damit um den Faktor 6 niedriger als beim Standard-ULCA, wodurch sich bei kleinen Stromstärken die Messzeit bei gleicher Unsicherheit um bis zu Faktor 36 reduziert. Der extrem niedrige und stabile Eingangsruhestrom von typisch einigen  $10 \text{ aA}$  macht in vielen Fällen ein Umpolen des Messstromes zur Unterdrückung von Drifteffekten überflüssig. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten zwei Prototypen des Low-Bias-ULCA werden von der PTB in verschiedenen Forschungsfeldern der elektrischen Quantenmetrologie bei sehr kleinen Stromstärken eingesetzt.

Bei der zweiten Variante, dem rauschoptimierten ULCA, konnte das Rauschen gegenüber dem Standard-ULCA ohne Einbuße an Stabilität um den Faktor  $\sqrt{2}$  gesenkt werden. Dadurch können die Messzeiten bei der SEP-Charakterisierung bei gleicher Unsicherheit um bis auf die Hälfte reduziert werden. Die Verbesserung wurde erreicht durch einen kompletten Neuentwurf des Eingangswiderstandsnetzwerks in Kombination mit hochohmigeren Dünnschichtwiderständen. Im Verlauf der Entwicklung des rauschoptimierten ULCA wurde dessen Stabilität mit der des Standard-ULCA verglichen. In diesem Zusammenhang erfolgte auch eine erste Langzeitstabilitätsuntersuchung. Es konnte gezeigt werden, dass die zeitliche Instabilität (Drift) der Transresistanz beim Standard-ULCA über fünf Jahre innerhalb von  $+0.5/-2 \text{ pA}/\text{A}$  pro Jahr liegt. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten zwei Prototypen des rauschoptimierten ULCA liegen bisher deutlich innerhalb dieser Grenzen (Beobachtungszeitraum unter einem Jahr). Die Kommerzialisierung der neuentwickelten Variante ist erfolgt und ein erstes Gerät wurde bereits verkauft. Außerdem werden die beiden Prototypen in der PTB bei der SEP-Forschung erfolgreich eingesetzt.

Mit dem rauschoptimierten ULCA steht ein hervorragend geeigneter Verstärker für die SEP-Forschung zur Verfügung. Um dessen Vorzüge in der Praxis nutzen zu können, musste eine rauschoptimierte Verkabelung sowohl für den Raumtemperaturbereich als auch für den notwendigen Kryostaten entwickelt werden. Für die Untersuchung der Stromrauscheigenschaften der verschiedenen Kabel wurde der Low-Bias-ULCA wegen seines minimalen Rauschens eingesetzt. Für Raumtemperaturanwendungen konnten gut geeignete, kommerziell erhältliche Kabel gefunden werden, die mittlerweile auch in anderen Bereichen eingesetzt werden. Bei der kryogenen Verkabelung ergaben sich zwei geeignete Realisierungen. Die erste weist ein minimales Stromrauschen bei erhöhtem Wärmeeintrag in den Kryostaten auf, während die zweite einen minimalen Wärmeeintrag bei leicht erhöhtem Stromrauschen erzielt. Da das Rauschen der zweiten Verkabelung immer noch deutlich unter dem des rauschoptimierten ULCA liegt, ergibt sich dadurch in der Praxis kein nennenswerter Nachteil. In der SEP-Forschung werden beide kryogene Verkabelungen bereits erfolgreich eingesetzt.

## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Personen bedanken, ohne deren Mithilfe diese Arbeit nicht zustande gekommen wäre, insbesondere bei

- Prof. Meinhard Schilling für die Betreuung dieser Arbeit von Seiten der Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig,
- Prof. Uwe Siegner für die wissenschaftliche Betreuung als Zweitgutachter,
- Dr. Franz Josef Ahlers und Dr. Jörn Stenger für die Möglichkeit zur Durchführung dieser Arbeit an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt,
- meinem PTB-Betreuer Dr. Dietmar Drung und meinem PTB-Mentor Dr. Hansjörg Scherer für die Betreuung dieser Arbeit, die Hilfestellung bei Schwierigkeiten und die vielen konstruktiven Fachgespräche,
- meinen Arbeitskollegen Dr. Martin Götz, Eckart Pesel und Ulrich Becker für zahlreiche Messungen und Kalibrierungen,
- Dr. Henry J. Barthelmess, Thorben Albrecht und Maximilian Luther von der Firma Magnicon für die gute Zusammenarbeit.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, Uwe und Regina Krause, die mir meinen Lebensweg ermöglicht haben und mir stets beistanden.

## Literatur

- [1] Nobu-Hisa Kaneko, Shuji Nakamura und Yuma Okazaki. “A review of the quantum current standard”. In: *Measurement Science and Technology* 27.3 (2016), S. 032001.  
URL: <http://stacks.iop.org/0957-0233/27/i=3/a=032001>.
- [2] F Piquemal und G Genevès. “Argument for a direct realization of the quantum metrological triangle”. In: *Metrologia* 37.3 (Juni 2000), S. 207–211. DOI: [10.1088/0026-1394/37/3/4](https://doi.org/10.1088/0026-1394/37/3/4).
- [3] Hansjörg Scherer und Benedetta Camarota. “Quantum metrology triangle experiments: a status review”. In: *Measurement Science and Technology* 23.12 (Nov. 2012), S. 124010. DOI: [10.1088/0957-0233/23/12/124010](https://doi.org/10.1088/0957-0233/23/12/124010).
- [4] S.P. Giblin u. a. “Towards a quantum representation of the ampere using single electron pumps”. In: *Nature Communications* 3.1 (Jan. 2012). DOI: [10.1038/ncomms1935](https://doi.org/10.1038/ncomms1935).
- [5] B.D. Josephson. “Possible new effects in superconductive tunnelling”. In: *Physics Letters* 1.7 (Juli 1962), S. 251–253. DOI: [10.1016/0031-9163\(62\)91369-0](https://doi.org/10.1016/0031-9163(62)91369-0).
- [6] J. M. Rowell, P. W. Anderson und D. E. Thomas. “Image of the Phonon Spectrum in the Tunneling Characteristic Between Superconductors”. In: *Physical Review Letters* 10.8 (Apr. 1963), S. 334–336. DOI: [10.1103/physrevlett.10.334](https://doi.org/10.1103/physrevlett.10.334).
- [7] Ernst O. Göbel und Uwe Siegner. *Quantum Metrology: Foundation of Units and Measurements*. Wiley, 2015. ISBN: 978-3527412655.
- [8] V. Kose und F. Melchert. *Quantenmaße in der elektrischen Meßtechnik*. VCH, 1991. ISBN: 3-527-28380-3.
- [9] Waldemar Nawrocki. *Introduction to Quantum Metrology*. Springer International Publishing, 2015. DOI: [10.1007/978-3-319-15669-9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-15669-9).
- [10] Sidney Shapiro. “Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effect of Microwaves and Other Observations”. In: *Physical Review Letters* 11.2 (Juli 1963), S. 80–82. DOI: [10.1103/physrevlett.11.80](https://doi.org/10.1103/physrevlett.11.80).
- [11] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper. “New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance”. In: *Physical Review Letters* 45.6 (Aug. 1980), S. 494–497. DOI: [10.1103/physrevlett.45.494](https://doi.org/10.1103/physrevlett.45.494).

- [12] K. v. Klitzing. “The quantized Hall effect”. In: *Reviews of Modern Physics* 58.3 (Juli 1986), S. 519–531. DOI: [10.1103/revmodphys.58.519](https://doi.org/10.1103/revmodphys.58.519).
- [13] Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). *Practical realization of units for electrical quantities*. 2007.  
URL: <https://www.bipm.org/en/publications/mises-en-pratique/electrical-units.html>.
- [14] I. K. Harvey. “A Precise Low Temperature dc Ratio Transformer”. In: *Review of Scientific Instruments* 43.11 (Nov. 1972), S. 1626–1629. DOI: [10.1063/1.1685508](https://doi.org/10.1063/1.1685508).
- [15] Edward Wolf u. a., Hrsg. *Josephson Junctions*. CRC Press, Nov. 2016. DOI: [10.1201/9781315364520](https://doi.org/10.1201/9781315364520).
- [16] B Jeckelmann und B Jeanneret. “The quantum Hall effect as an electrical resistance standard”. In: *Reports on Progress in Physics* 64.12 (Nov. 2001), S. 1603–1655. DOI: [10.1088/0034-4885/64/12/201](https://doi.org/10.1088/0034-4885/64/12/201).
- [17] L. J. Geerligs u. a. “Frequency-locked turnstile device for single electrons”. In: *Physical Review Letters* 64.22 (Mai 1990), S. 2691–2694. DOI: [10.1103/physrevlett.64.2691](https://doi.org/10.1103/physrevlett.64.2691).
- [18] L. P. Kouwenhoven u. a. “Quantized current in a quantum-dot turnstile using oscillating tunnel barriers”. In: *Physical Review Letters* 67.12 (Sep. 1991), S. 1626–1629. DOI: [10.1103/physrevlett.67.1626](https://doi.org/10.1103/physrevlett.67.1626).
- [19] Jukka P. Pekola u. a. “Single-electron current sources: Toward a refined definition of the ampere”. In: *Reviews of Modern Physics* 85.4 (Okt. 2013), S. 1421–1472. DOI: [10.1103/revmodphys.85.1421](https://doi.org/10.1103/revmodphys.85.1421).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.85.1421>.
- [20] F Stein u. a. “Robustness of single-electron pumps at sub-ppm current accuracy level”. In: *Metrologia* 54.1 (Dez. 2016), S1–S8. DOI: [10.1088/1681-7575/54/1/s1](https://doi.org/10.1088/1681-7575/54/1/s1).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1681-7575/54/1/s1>.
- [21] Lukas Fricke u. a. “Self-Referenced Single-Electron Quantized Current Source”. In: *Phys. Rev. Lett.* 112.22 (Juni 2014). DOI: [10.1103/physrevlett.112.226803](https://doi.org/10.1103/physrevlett.112.226803).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.226803>.
- [22] Mark W Keller, Neil M Zimmerman und Ali L Eichenberger. “Uncertainty budget for the NIST electron counting capacitance standard, ECCS-1”. In: *Metrologia* 44.6 (Nov. 2007), S. 505–512. DOI: [10.1088/0026-1394/44/6/010](https://doi.org/10.1088/0026-1394/44/6/010).

- [23] PTB. *PTB Mitteilungen - Themenschwerpunkt: Das Internationale Einheitensystem (SI)*. 2007.
- [24] CGPM. *Proceedings of the 24th meeting of the General Conference on Weights and Measures*. 2011.  
URL: <https://www.bipm.org/utils/common/pdf/CGPM/CGPM24.pdf#page=532>.
- [25] Bureau International des Poids et Mesures. *Mise en pratique for the definition of the ampere and other electric units in the SI*.  
URL: <https://www.bipm.org/utils/en/pdf/si-mep/SI-App2-ampere.pdf>.
- [26] S. P. Giblin, G-D Willenberg und NE Fletcher. "Frequency dependence of gas-dielectric capacitors used in sub-nA reference current generators". In: *2010 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2010)*. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2010, S. 318–319. DOI: [10.1109/CPEM.2010.5543771](https://doi.org/10.1109/CPEM.2010.5543771).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1109/CPEM.2010.5543771>.
- [27] D. Drung u. a. "Ultrastable low-noise current amplifier: A novel device for measuring small electric currents with high accuracy". In: *Rev. Sci. Instrum.* 86.2 (2015), S. 024703. ISSN: 0034-6748. DOI: [10.1063/1.4907358](https://doi.org/10.1063/1.4907358).  
URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/rsi/86/2/10.1063/1.4907358>.
- [28] Alan Rich. "Shielding and guarding". In: *Analog Dialogue* 17.1 (1983), S. 8–13.
- [29] Vishay Precision Group. *Ultra-High Precision Hermetically Sealed Bulk Metal<sup>®</sup> Foil Resistor with Zero TCR , no Humidity Effect and 0.005 % Tolerance within a Unique Construction, Minimizing the Effects of Stress Factors*. 2010.  
URL: <http://www.vishaypg.com/docs/63003/vhp100.pdf>.
- [30] D Drung u. a. "Validation of the ultrastable low-noise current amplifier as travelling standard for small direct currents". In: *Metrologia* 52.6 (Okt. 2015), S. 756–763. DOI: [10.1088/0026-1394/52/6/756](https://doi.org/10.1088/0026-1394/52/6/756).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/52/6/756>.
- [31] Magnicon. *ULCA-1*. 2016.  
URL: <http://www.magnicon.com/metrology/current-amplifier/>.
- [32] C. Krause u. a. "Noise-optimized ultrastable low-noise current amplifier". In: *Review of Scientific Instruments* 90.1 (Jan. 2019), S. 014706. DOI: [10.1063/1.5078572](https://doi.org/10.1063/1.5078572).
- [33] Dietmar Drung und Christian Krause. "Ultrastable Low-Noise Current Amplifiers With Extended Range and Improved Accuracy". In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* (2016), S. 1–8. DOI: [10.1109/tim.2016.2611298](https://doi.org/10.1109/tim.2016.2611298).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2016.2611298>.

- [34] Dietmar Drung. DE102014012341. 2016.  
URL: <https://register.dpma.de/DPMAREgister/pat/register?AKZ=1020140123413>.
- [35] D. Drung u. a. “Aspects of Application and Calibration of a Binary Compensation Unit for Cryogenic Current Comparator Setups”. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 62.10 (Okt. 2013), S. 2820–2827. ISSN: 0018-9456. DOI: [10.1109/TIM.2013.2259112](https://doi.org/10.1109/TIM.2013.2259112).
- [36] Stephen P. Giblin u. a. “Inter-laboratory nanoamp current comparison with sub-part-per-million uncertainty”. In: *IEEE Trans. Instrum. Meas.* (2018). accepted for publication.
- [37] C. Krause, D. Drung und H. Scherer. “Measurement of sub-picoampere direct currents with uncertainties below ten attoamperes”. In: *Review of Scientific Instruments* 88.2 (Feb. 2017), S. 024711. DOI: [10.1063/1.4975826](https://doi.org/10.1063/1.4975826).
- [38] Dietmar Drung und Christian Krause. “Excess Current Noise in Amplifiers With Switched Input”. In: *IEEE Trans. Instrum. Meas.* (2015), S. 1–1. DOI: [10.1109/tim.2015.2398958](https://doi.org/10.1109/tim.2015.2398958).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2015.2398958>.
- [39] Paul Horowitz und Winfield Hill. *The Art of Electronics*. Cambridge University Press, 2. Apr. 2015. XXXII192 S. ISBN: 0521809266.  
URL: <http://www.cambridge.org/us/academic/subjects/physics/electronics-physicists/art-electronics-3rd-edition?format=HB>.
- [40] T.J. Witt. “Using the Allan variance and power spectral density to characterize DC nanovoltmeters”. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 50.2 (Apr. 2001), S. 445–448. DOI: [10.1109/19.918162](https://doi.org/10.1109/19.918162).
- [41] T.J. Witt. “Allan Variances and Spectral Densities for DC Voltage Measurements With Polarity Reversals”. In: *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 54.2 (Apr. 2005), S. 550–553. DOI: [10.1109/tim.2004.843054](https://doi.org/10.1109/tim.2004.843054).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2004.843054>.
- [42] Dietmar Drung u. a. “Improving the Traceable Measurement and Generation of Small Direct Currents”. In: *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 64.11 (Nov. 2015), S. 3021–3030. DOI: [10.1109/tim.2015.2440564](https://doi.org/10.1109/tim.2015.2440564).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2015.2440564>.
- [43] Hansjörg Scherer und Hans Werner Schumacher. “Single-Electron Pumps and Quantum Current Metrology in the Revised SI”. In: *Annalen der Physik* (Jan. 2019), S. 1800371. DOI: [10.1002/andp.201800371](https://doi.org/10.1002/andp.201800371).
- [44] M. Götz u. a. “Improved Cryogenic Current Comparator Setup With Digital Current Sources”. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 58.4 (Apr. 2009), S. 1176–1182. DOI: [10.1109/tim.2008.2012379](https://doi.org/10.1109/tim.2008.2012379).



- [45] Martin Götz, Eckart Pesel und Dietmar Drung. “A compact 14-bit cryogenic current comparator”. In: *29th Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2014)*. IEEE, Aug. 2014. DOI: [10.1109/cpem.2014.6898570](https://doi.org/10.1109/cpem.2014.6898570).
- [46] Magnicon. *CCC System*. 2013.  
URL: <http://www.magnicon.com/metrology/ccc-system/>.
- [47] Hansjörg Scherer u. a. “Electrometer calibration with sub-part-per-million uncertainty”. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* (2018). accepted for publication.
- [48] Keysight. *Keysight 3458A Datasheet*. 2010.  
URL: <http://literature.cdn.keysight.com/litweb/pdf/5965-4971E.pdf>.
- [49] Nobu-Hisa Kaneko, Shuji Nakamura und Yuma Okazaki. “A review of the quantum current standard”. In: *Measurement Science and Technology* 27.3 (Feb. 2016), S. 032001. DOI: [10.1088/0957-0233/27/3/032001](https://doi.org/10.1088/0957-0233/27/3/032001).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/27/3/032001>.
- [50] Friederike Stein u. a. “Validation of a quantized-current source with 0.2 ppm uncertainty”. In: *Appl. Phys. Lett.* 107.10 (Sep. 2015), S. 103501. DOI: [10.1063/1.4930142](https://doi.org/10.1063/1.4930142).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4930142>.
- [51] Christian Krause, Hansjörg Scherer und Dietmar Drung. “Cable noise investigations for high-accuracy measurements of small direct currents”. In: *2016 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2016)*. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), Juli 2016. DOI: [10.1109/cpem.2016.7540572](https://doi.org/10.1109/cpem.2016.7540572).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1109/CPEM.2016.7540572>.
- [52] Christian Krause u. a. “Low-Noise Measurement Setup for Single-Electron Pumps”. In: *2018 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2018)*. IEEE, Juli 2018. DOI: [10.1109/cpem.2018.8501037](https://doi.org/10.1109/cpem.2018.8501037).
- [53] Keithley. *Low Level Measurements Handbook - Precision DC Current, Voltage and Resistance Measurements*. Keithley Instruments, 2013.
- [54] Professional Plastics. *Electrical Properties of Plastic Materials*.  
URL: <http://www.professionalplastics.com/professionalplastics/ElectricalPropertiesofPlastics.pdf>.
- [55] E. Mykkänen u. a. “Reducing current noise in cryogenic experiments by vacuum-insulated cables”. In: *Review of Scientific Instruments* 87.10 (Okt. 2016), S. 105111. DOI: [10.1063/1.4963904](https://doi.org/10.1063/1.4963904).  
URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4963904>.

- [56] K Uhlig. “Cryogen-free dilution refrigerators”. In: *Journal of Physics: Conference Series* 400.5 (Dez. 2012), S. 052039. DOI: [10.1088/1742-6596/400/5/052039](https://doi.org/10.1088/1742-6596/400/5/052039).
- [57] M. Bae u. a. “Allan-Deviation Measurements of Gate-Tunable Single Electron Pumps with the Ultrastable Low-Noise Current Amplifier”. In: *2018 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2018)*. Juli 2018, S. 1–2. DOI: [10.1109/CPEM.2018.8500868](https://doi.org/10.1109/CPEM.2018.8500868).